

Section : 2^{ème} Année LCS

Théorie des Langages et Automates

Travaux Dirigés N°2

Exercice 1

Soit la grammaire G définie par :

$$G: \{S \rightarrow aSa \mid bSb \mid c \mid \varepsilon\}$$

- 1) Les mots suivants appartiennent-ils à $L(G)$:
 - a) $abcb$
 - b) ba
 - c) aa
 - d) aca
- 2) Quel est le type de G .
- 3) Donner une définition formelle de $L(G)$.

Exercice 2

Soit la grammaire G définie par :

$$G: \begin{cases} S \rightarrow AB \mid BA \\ A \rightarrow aA \mid a \\ B \rightarrow Bb \mid \varepsilon \end{cases}$$

Grammaire

- 1) Donner une définition formelle de G . Quel est le type de G ?
- 2) Trouver tous les mots appartenant à $L(G)$ et ayant une longueur ≤ 4
- 3) Donner la liste des mots générés par des dérivations d'ordre ≤ 4
- 4) Quels sont les langages $L(G, A)$, $L(G, B)$, $L(G)$?

Exercice 3

Soit la grammaire G suivante :

$$G: \begin{cases} S \rightarrow aaSbb \\ S \rightarrow a \\ S \rightarrow \varepsilon \end{cases}$$

- 1) Quel est le langage engendré par G .
- 2) Trouver une même grammaire équivalente dont la longueur de la partie droite de chaque règle est inférieure ou égale à 3.

Exercice 4

Soit $L = \{\omega \in \{a, b\}^* / \omega = a^n b^m ; n, m \geq 0\}$

Trouver une grammaire qui engendre L dans chacun des cas suivants :

- a) $n = m \geq 0$
- b) $n \neq m$
- c) $n \geq m$
- d) $n, m \geq 0$

Exercice 5

Soit la grammaire G définie par :

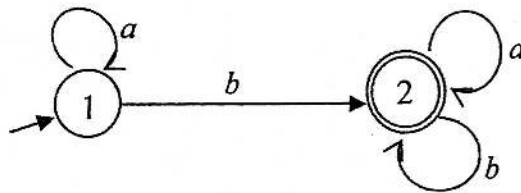
$$G: \begin{cases} S \rightarrow cMNc \\ M \rightarrow aMa \mid c \\ N \rightarrow bNb \mid c \end{cases}$$

- 1) Donner une expression ensembliste de $L(G)$.
- 2) Soient $\omega_1 = cacabc bc$ et $\omega_2 = cacacc$. Donner une dérivation gauche et sa squelette pour ω_1 et pour ω_2 .
- 3) Donner une dérivation droite et sa squelette pour ω_1 et pour ω_2 .
- 4) Construire l'arbre de dérivation de ω_1 et de ω_2 .

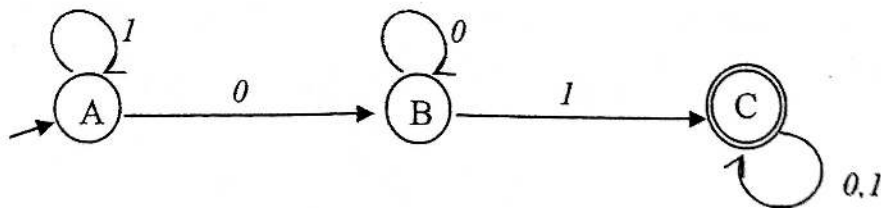
Exercice 6

Quels sont les langages reconnus par les automates suivants :

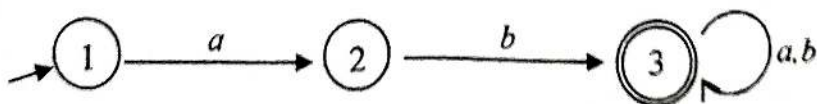
a)



b)



c)



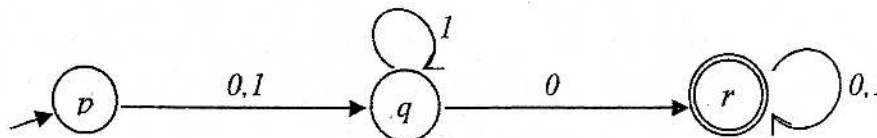
Exercice 7

Donner les automates finis déterministes sur l'alphabet $X = \{a, b\}$ reconnaissant les langages dans les cas suivants :

- d) L'ensemble des mots de longueur paire.
- e) L'ensemble des mots se terminant par 'a'.
- f) L'ensemble des mots contenant au plus une occurrence de la lettre 'a'.
- g) L'ensemble des mots ayant pour préfixe 'aba'.
- h) L'ensemble des mots ayant pour suffixe 'aba'.
- i) L'ensemble des mots comportant le facteur 'aba'.
- j) L'ensemble des mots comportant un nombre pair de 'a' et un nombre impair de 'b'.

Exercice 8

Soit l'automate A suivant :



- 1) Donner une définition formelle de A en précisant :
 - L'alphabet du langage (X)
 - Les états de l'automate (Q)
 - L'état initial (q_0)
 - Les états finaux (F)
 - L'ensemble des transitions (δ)
- 2) Quel est le langage reconnu par l'automate A ?
- 3) Les mots suivants sont-ils acceptés par l'automate A ?
 - a) 101
 - b) 0100
 - c) ε
 - d) 011111