

Section : 2^{ème} Année LCS

Théorie des Langages

Travaux Dirigés N°1

Exercice 1

Les expressions suivantes sont-elles correctes ? Justifiez la réponse.

- $\{1,2\} = \{\{1,2\}\}$
- $\{1,2\} = \{\{1\}, \{2\}\}$
- $\{\{a\}, \{a,b\}\} = \{\{a\}, \{b,a\}, \{a,b\}\}$
- $\{\{\}\} = \emptyset$
- $\{n \in \mathbb{N}; \exists m \in \mathbb{N} / n = m^2\} = \{n \in \mathbb{N}; \exists m \in \mathbb{N} / m = n^2\}$

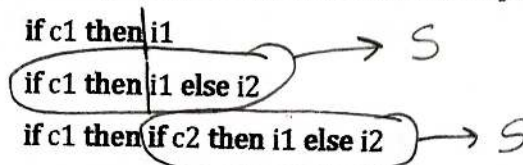
Exercice 2

Soit $A = \{1,2\}$. Les expressions suivantes sont-elles correctes ? Justifiez la réponse.

- $\{1\} \in A$
 - $1 \in A$
 - $\{1\} \subseteq A$
 - $1 \subseteq A$
 - $A \subseteq \{\{1,2\}\}$
 - $A \in \{\{1,2\}\}$
 - $A \in \mathbb{N}$
- A : element so $\in$*

Exercice 3

En algorithmique, une structure conditionnelle peut prendre l'une des formes suivantes :



Avec,

$c1, c2$: sont des conditions

$i1, i2$: sont des instructions

Le but de cet exercice est de construire une grammaire qui permet de produire cette structure conditionnelle.

- Préciser l'alphabet des symboles.
- Définir les règles de la grammaire permettant de produire une structure conditionnelle comme décrite précédemment.
 - Identifier dans la grammaire définie : l'axiome, les variables et les symboles terminaux
- Donner l'arbre de dérivation correspondant à l'expression suivante :

if c1 then i1 else i2

- Donner l'arbre de dérivation correspondant à l'expression suivante :

if c1 then if c2 then i1 else i2

Exercice 4

Donner une définition formelle pour chacun des langages suivants :

- $L_1 = \{xyy, xxyyyy, xxxyyyyyy, \dots\}$
- $L_2 = \{xy, xyxy, xyxyxy, \dots\}$
- $L_3 = \{xx, xyx, xyxx, xyxxx, \dots\}$

Exercice 5

Sur l'alphabet X les mots m_1, m_2, m_3, m_4 appartiennent-ils au langage L dans les exemples présentés dans le tableau suivant :

X	m_1	m_2	m_3	m_4	L
$\{a, b\}$	ab	~~abb~~	bba	$aabbb$	$\{w \in X^* / w = a^n b^{2n}; n \geq 0\}$
$\{a, b\}$	$aabbbb$	~~ε~~	~~$abbabb$~~	$abbbb$	$\{w \in X^* / w = (abb)^n; n \geq 0\}$
$\{a, b, c\}$	~~$aabaabc$~~	$abaabc$	~~$bbcc$~~	~~$aabaab$~~	$\{w \in X^* / w = (a^n b)^m c^p; n, m, p \geq 0\}$

Exercice 6

Quels sont les langages réguliers décrits par les expressions régulières suivantes définies sur l'alphabet $X = \{a, b\}$:

- $a^* b a^*$
- $(a \cup b)^* abb$
- $(a \cup b)^* aab (a \cup b)^*$
- $((a \cup b)(a \cup b))^*$
- $aab (a \cup b)^* (bb \cup aa)^+$

Exercice 7

Donner une expression régulière décrivant les mots sur l'alphabet $X = \{a, b, c\}$ dans les cas suivants :

- Les mots qui commencent par un a .
- Les mots qui contiennent exactement trois a .
- Les mots qui contiennent au moins trois a .
- Les mots qui contiennent au plus trois a .
- Les mots qui contiennent le facteur $babb$ au moins deux fois.
- Les mots qui ne contiennent pas le facteur aa .

Exercice 8

Sur l'alphabet $X = \{0, 1\}$ on considère les langages L_1 et L_2 définis par :

$$L_1 = \{01^n / n \in \mathbb{N}\}$$

$$L_2 = \{0^n 1 / n \in \mathbb{N}\}$$

Définir les langages $L_1, L_2, L_1 \cap L_2, L_1^2$