
Annexe A

Série N°3 : LOIS DE PROBABILITÉS

Exercice 1

Quatre étudiants dont aucun n'a révisé son cours, passent un examen comprenant deux questions :

- La question “1” a quatre réponses indiquées dont une seule est juste.
- La question “2” a cinq réponses indiquées dont une seule est juste.

Soit X : le nombre d'étudiants qui ont au moins une réponse correcte.

1. Donner la loi de probabilité de X .
2. Calculer $E(X)$, $V(X)$ et $\sigma(X)$.

Exercice 2

Selon des statistiques antérieures, un examen de probabilité rencontre un taux de succès parfait (donc l'obtention de la note 20 sur 20) de 15%. Quelle est la probabilité que, sur 10 étudiants sélectionnés aléatoirement dans l'auditoire, il y ait :

1. Exactement 2 étudiants réussissant avec la note 20 sur 20 ?
2. Plus de 5 étudiants ne réussissant pas avec la note parfaite de 20 sur 20 ?
3. Quelle est la moyenne ainsi que la variance de la note parfaite calculées sur la base de ces 10 étudiants sélectionnés aléatoirement ?

Exercice 3

Dans un guichet de banque, le nombre moyen de clients qui arrivent pendant 15 minutes est égal à 2. Sachant que le nombre d'arrivées suit une loi de Poisson, déterminer les probabilités :

1. d'avoir plus de 2 clients pendant 15 minutes.
2. de recevoir au moins un client.
3. de recevoir au plus 3 clients pendant 30 minutes.

Exercice 4

En moyenne, il y a 6 personnes par heure qui utilisent le Distributeur Automatique de Billets (DAB) de la faculté le vendredi matin. Quelle est la probabilité pour que :

Chapitre A. Série N°3 : LOIS DE PROBABILITÉS

1. Exactement 6 personnes utilisent le DAB durant une heure choisie au hasard le vendredi matin ?
2. Il y ait moins de 4 personnes durant cette heure ?
3. Il y ait strictement plus de 2 personnes durant deux heures le vendredi matin ?
4. Personne ne vienne durant une période de 10 minutes ?

Exercice 5

Dans un jeu vidéo, le joueur tente de capturer un trésor caché derrière une porte parmi cinq. La position du trésor varie au hasard et à n'importe quel moment il peut être derrière n'importe quelle porte. Lorsque le joueur frappe à une porte le trésor lui appartient s'il est derrière la porte. Sinon, le joueur doit retourner à son point de départ et revenir frapper à une autre porte en passant par un dangereux labyrinthe. La partie est terminée lorsque le joueur s'approprié le trésor. Soit X le nombre d'essais que doit faire le joueur pour s'approprier le trésor.

1. Quelle est la distribution de X .
2. Calculez $P[X \leq 3]$ et $P[X > 5]$.
3. Calculez le nombre moyen d'essais nécessaire pour capturer le trésor.

Exercice 6

On modélise la durée de vie des galaxies par des lois exponentielles. On estime qu'une galaxie a probabilité de disparaître d'ici à un million d'année égale à 0,000 002 %.

1. Déterminer la valeur du paramètre λ de la loi exponentielle X mesurant la durée de vie de la galaxie.
2. Quelle est l'espérance de vie de la galaxie ?
3. Quelle est la probabilité que la galaxie ait disparu d'ici à 3 millions d'années ?
4. Quelle est la probabilité que la galaxie soit toujours là dans 10 millions d'année ?

Exercice 7

Une machine fabrique des rondelles de métal dont le diamètre est distribué normalement avec une moyenne de 2,4 cm et un écart type de 0,05 cm.

1. Des rondelles produites par cette machine, trouver la proportion de celles dont le diamètre :
 - (a) excède 2,5 cm ;
 - (b) n'excède pas 2,32 cm ;
 - (c) est compris entre 2,35 cm et 2,46 cm.
2. Trouver la valeur de x telle que 5% des rondelles présentent un diamètre qui lui est supérieur