

VARIABLES ALÉATOIRES

SÉRIE N°2

Exercice 1

On jette une paire de dés équilibrés. On suppose qu'à chaque point (a, b) de Ω , l'on fasse correspondre le maximum X de ses composantes, c'est à dire $X(a, b) = \max(a, b)$.

1. Déterminer la loi de X .
2. Calculer ses paramètres (espérance, variance et écart-type).
3. Déterminer sa fonction de répartition et tracer sa courbe.

Exercice 2

On lance une pièce de monnaie 3 fois. Soit X la variable aléatoire égale à 1 si on obtient "face" au 3ème jet et 0 sinon. Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de "face" obtenu dans les 3 jets.

1. Déterminer la loi de X (respectivement Y).
2. Déterminer la fonction de répartition de X (respectivement Y).
3. Calculer les paramètres de X (respectivement Y).

Exercice 3

Imaginons le jeu suivant : On lance une pièce de monnaie à deux reprises et

- si on obtient deux fois pile, on gagne 25 dinars
- si on obtient deux fois face, on gagne 10 dinars
- si on obtient une fois pile et une fois face, on perd 50 dinars

On définit X comme étant le gain qu'on peut faire en essayant ce jeu.

1. Donner la distribution de probabilités de X . *loi de X*
2. Calculer les probabilités suivantes : $P(-50 < X \leq 25)$ et $P(-100 < X \leq 100)$.
3. Calculer $E(X)$, $V(X)$ et $\sigma(X)$.

Exercice 4

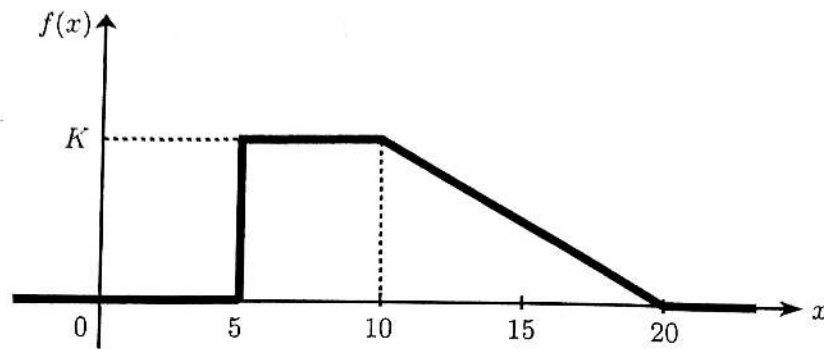
On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{3}(1-x)^{1/3}, & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

1. Montrer que f est la densité d'une variable aléatoire X .
2. Déterminer la fonction de répartition F de la variable X . Construire sa représentation graphique dans un repère orthonormal.
3. Calculer l'espérance de la variable X .
4. Calculer la probabilité de l'événement $[0,488 < X \leq 1,2]$.

Exercice 5

Considérant le graphique de la fonction $f(x)$ suivante :



1. Déterminer la valeur de K pour que la fonction $f(x)$ soit une fonction de densité de probabilité.
2. À partir du graphique précédent déterminer la forme analytique de la fonction $f(x)$.
3. Déterminer la forme analytique de la fonction de répartition $F(x)$.
4. Calculer les probabilités suivantes : $P(X = 10)$, $P(X \leq 8)$, $P(0 < X \leq 15)$ et $P(X \geq 18)$.

Exercice 6

Un comptable en semi-retraite vient d'accepter de travailler à temps partiel pour une firme. Son contrat stipule qu'il doit demeurer à la disponibilité de la firme du mercredi au vendredi. Le tableau suivant représente la distribution de probabilités du nombre de jours par semaine où notre individu aura à travailler.

		6	8	12
X	0	1	2	3
$P(X = x)$	0.2	0.2	0.4	0.2

1. Soit X la variable aléatoire représentant le nombre de jours par semaine où notre individu aura à travailler. Calculer $E(X)$, $V(X)$ et $\sigma(X)$.
2. Calculer l'espérance, la variance et l'écart type du nombre total de jours où ce comptable aura à travailler au cours d'un mois (de quatre semaines).
3. Si ce comptable reçoit un salaire de base de 10 dinars par semaine, plus 20 dinars par jour de travail, calculer l'espérance, la variance et l'écart type de son salaire mensuel (de quatre semaines).

Exercice 7

La loi conjointe d'un couple (X, Y) de variables aléatoires est donnée par le tableau suivant :

$X \setminus Y$	-2	-1	0	1	2
0	0	0	1/6	1/12	1/12
1	0	1/12	1/24	1/24	0
2	1/4	1/8	1/8	0	0

1. Déterminer la loi marginale de X et celle de Y .
2. Calculer $E(X)$, $E(Y)$, $E(XY)$ et $cov(X, Y)$.