

Série N°4 : Coloration

Exercice 1 :

On désire transporter sept produits chimiques par chemin de fer.

Pour des problèmes de sécurité, certains de ces produits ne peuvent pas être transportés dans le même wagon, ils sont considérés comme incompatibles. L'objectif de cet exercice consiste à rechercher une répartition des produits qui utilise un nombre optimal de wagons.

	A	B	C	D	E	F	G
A		×			×	×	
B	×				×	×	×
C				×	×	×	
D			×		×		×
E	×	×	×	×		×	
F	×	×	×		×		
G		×		×			

On donne ci-contre le tableau d'incompatibilité entre ces sept produits, désignés par les lettres A, B, C, D, E, F, et G:

Ce tableau signifie, par exemple, que les produits C et D ne peuvent pas être transportés dans un même wagon.

1- Parmi les trois graphes proposés ci-dessous, quel est celui qui représente cette situation? Justifier ce choix.

Par la suite ce graphe sera noté ().

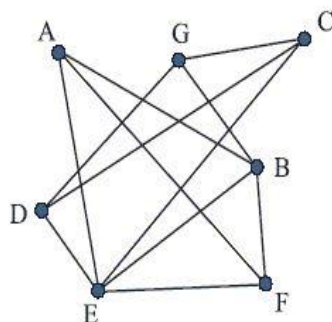
2- Donner un sous-graphe complet d'ordre maximal.

3- a) Colorier le graphe () et déterminer son nombre chromatique en justifiant la valeur trouvée.

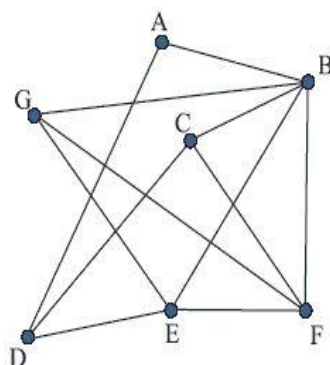
b) Indiquer une répartition possible de ces produits qui permette d'utiliser un nombre minimal de wagons pour assurer leur transport.

c) Quel est alors le nombre maximum de produits pouvant être transportés dans un même wagon?

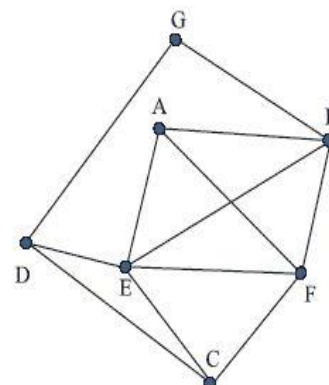
Graphe 1 :



Graphe 2 :



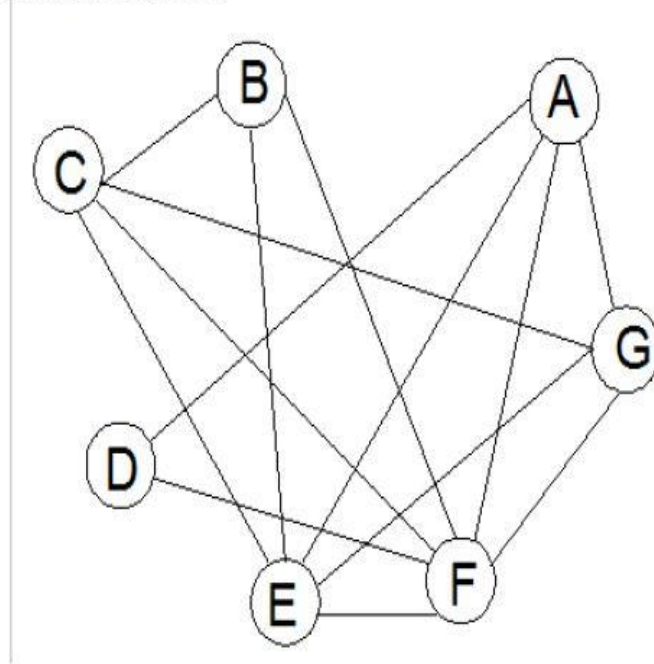
Graphe 3 :



Exercice 2 :

Un concert de solidarité est organisé dans une grande salle de spectacle. A ce concert sont conviés sept artistes de renommée internationale : Luther Allunison (A), John Biaisé (B), Phil Colline (C), Bob Ditlâne (D), Jimi Endisque (E), Robert Fripe (F) et Rory Garaguerre (G).

Les différents musiciens invités refusant de jouer avec certains autres, l'organisateur du concert doit prévoir plusieurs parties du spectacle. Les arêtes du graphes Γ ci-dessous indiquent quels sont les musiciens qui refusent de jouer entre eux.



1. Déterminer la matrice associée au graphe Γ (les sommets de Γ étant classés dans l'ordre alphabétique).
2. Quelle est la nature du sous-graphe de Γ constitué des sommets A, E, F et G ?
Que peut-on en déduire pour le nombre chromatique $\gamma(\Gamma)$?
3. Quel est le sommet de plus haut degré de Γ ?
En déduire un encadrement de $\gamma(\Gamma)$.
4. Après avoir classé l'ensemble des sommets de Γ par ordre de degrés décroissants, colorier le graphe Γ .
5. Combien de parties l'organisateur du concert doit-il prévoir ?
Proposer une répartition des musiciens pour chacune de ces parties