

Recherche Opérationnelle  
TD1 : Modélisation

Exercice 1 :

Une manufacture de pile désire ajouter deux produits à son catalogue : Pile 1 et Pile 2. La pile1 nécessite 1g de Manganèse, 1g de Mercure et 2g de Zinc en poudre. La Pile2 nécessite 3g de Manganèse, 1g de Mercure et 1g de Zinc en poudre. La pile2 nécessite 3g de Manganèse, 1g de Mercure et 1g de Zinc en poudre. En allant inspecter ses services, il constate qu'il lui reste 18g de Manganèse, 8g de Mercure et 14g de Zinc en poudre. Il fera un profit de 20DT en vendant une Pile1 et de 30DT e vendant une Pile2. Combien de pile de type 1 et 2 doit-il fabriquer pour faire le plus grand bénéfice possible ?

Exercice 2 :

طاول كرسبي

Une entreprise fabrique 2 produits X, Y. Pour sa conception, chaque produit fini nécessite 4 produits intermédiaires A, B, C et D. Pour fabriquer un produit X, on a besoin de 2 produits A, de 2 produits B, 1 produit C et de 15 produits D. De même, pour fabriquer 1 produit Y, on a besoin de 3 produits A, de 1 produit B, 3 produits C, et de 30 produits D. En outre, l'entreprise dispose d'une quantité limitée de produits A, B, C, et D. Elle a 180 produits A, 120 produits B, 150 produits C et 1650 produits D. Sachant que le prix revient de X est 30DT et que celui de Y est de 40DT, combien de produit X et Y faut-il fabriquer pour maximiser le profit ?

Exercice 3 :

Un commerçant vend des chaussettes sur le marché. Sa clientèle lui achète de chaussettes de deux types :

- des mi-bas en fil de coton
- des chaussettes en laine.

Le goût des clients l'amène à proposer deux types de lots :

- un lot à 18DT comprenant 2 paires de chaussettes en coton et 4 paires en laine.
- un lot à 24DT comprenant 2 paires de chaussettes en coton et 8 paires en laine.

Il dispose en total de 24 paires de chaussettes en coton et de 88 paires en laine. Quels lots doit-il présenter pour réaliser une recette maximale ?

Exercice 4 :

Une entreprise possède cinq usines  $U_1, U_2, U_3, U_4$  et  $U_5$  ayant la capacité de production de 1000, 2000, 3000, 1500 et 2500 unités de produit  $\alpha$  respectivement. L'entreprise dispose de deux dépôts  $D_1$  et  $D_2$  par lesquels doit passer toute marchandise exportée. La production de produit  $\alpha$  est destinée à quatre pays A, B, C et D dont les demandes sont respectivement de 1200, 2200, 4000 et 1500 unités. Les coûts de production dans les usines  $U_1, U_2, U_3, U_4$  et  $U_5$  sont respectivement 200, 180, 150, 190 et 170 par unité. Les coûts de transport sont donnés en dinars par les deux tableaux suivants :

|       | $D_1$ | $D_2$ |
|-------|-------|-------|
| $U_1$ | 20    | 25    |
| $U_2$ | 15    | 17    |
| $U_3$ | 21    | 18    |
| $U_4$ | 16    | 26    |
| $U_5$ | 19    | 21    |

|       | A   | B  | C   | D  |
|-------|-----|----|-----|----|
| $D_1$ | 100 | 80 | 90  | 70 |
| $D_2$ | 90  | 70 | 100 | 80 |

Toutes les routes de transport ont une capacité maximale de 2200 unités. De plus chaque route partant de  $D_1$  doit être utilisée pour un minimum de 1000 unités. Formuler ce problème de transport sous forme de programme linéaire.

#### Exercice 5 :

Un menuisier fournit chaque semaine à une entreprise de distribution des tabourets de deux types  $M_1$  et  $M_2$ , qu'il vend par lots. Les bénéfices liés à la vente d'un lot de chaque type sont respectivement de 700DT et de 300DT. La fabrication de ces tabourets nécessite l'usage de quatre outils : foreuse (F), scie (S), tour (T) et perceuse (P). Les capacités hebdomadaires d'utilisation de chacun d'eux sont respectivement égales à 120, 150, 120, 180 heures. Par ailleurs, chaque lot  $M_1$  et  $M_2$  nécessite une utilisation différente des outils, représentée en heure de travail dans le tableau suivant :

|   | $M_1$ | $M_2$ |
|---|-------|-------|
| F | 3     | 2     |
| S | 6     | 0     |
| T | 0     | 3     |
| P | 6     | 2     |

1. Formuler le problème de la recherche du profit maximal au terme d'un (PL).
2. Par le graphique, donner la stratégie optimale de fabrication.

3. Suite à une fluctuation de prix, les bénéfices deviennent respectivement  $700 - 2\theta$  et  $300 + \theta$ , où  $\theta$  est un paramètre réel. Déterminer les valeurs de  $\theta$  afin que la stratégie optimale de fabrication reste inchangée.  $\Rightarrow$  same point optimale
4. En déduire la valeur de  $\theta$  qui assure un meilleur bénéfice.

### Exercice 6 :

Un agriculteur dispose d'une superficie cultivable de 50 ha. Les légumes cultivés sont les tomates qui se vendent à 0,500 DT le Kg, les laitues qui se vendent à 0,350 DT la pièce et le persil qui se vend à 0,295DT la livre (une livre =  $\frac{1}{2}$  Kg). Les rendements annuels par ha sont respectivement de 2 tonnes, 400 pièces et 2 tonne pour les tomates, la laitue et le persil. Pour obtenir ces résultats, il faut employer des engrais à raison de 100kg/ha pour les tomates et les laitues et à raison de 50 Kg/ha pour le persil. D'autre part, l'agriculteur doit employer des ouvriers pour une journée pour les travaux d'aménagement du sol, une deuxième journée pour la semence et une dernière pour la récolte. Ces 3 activités demandent respectivement 10 ouvriers jour par ha pour les tomates, de 20 ouvriers jour par ha pour les laitues et de 6 ouvriers jour par ha pour le persil. Compte tenu des disponibilités locales en main d'œuvre, l'agriculteur ne peut employer que 400 ouvriers par jour. L'engrais revient à 5DT le Kg et le cout d'un ouvrier jour est de 7DT. On pose respectivement  $x_1$ ,  $x_2$  et  $x_3$  les superficies cultivées pour les tomates, les laitues, et le persil.

1. a) Déterminer en fonction des variables  $x_i$ , le cout annuel de la main d'œuvre et des engrais.
- b) Même question pour le gain annuel dû à cette exploitation.
- c) En déduire en fonction des variables  $x_i$  le bénéfice annuel net.
2. a) Modéliser le problème qui consiste à déterminer le meilleur programme de production.
- b) Déterminer la stratégie optimale de production à l'aide de la méthode du simplexe.
- c) Cette stratégie optimale est-elle unique ? Sinon, proposer une deuxième stratégie optimale.
- d) En déduire toutes les stratégies optimales de production.
3. Peut-on améliorer le programme si on dispose de 200 ouvriers jour de main d'œuvre supplémentaire ? Justifier votre réponse.

### Exercice 7 :

Un artisan fabrique des objets A et des objets B. la réalisation d'un objet A demande 30 F de matière première et 125 F de main d'oeuvre. La réalisation des objets B demande 70 F de matière première et 75 F de main d'oeuvre. Les profits réalisés sont de 54 F par objets A, et de 45 F par objet B. On note  $x$  le nombre d'objets A fabriqués, et  $y$  le nombre d'objets B fabriqués, en une journée. La dépense journalière en matière première ne

doit pas dépasser 560F. La dépense journalière en main-d'oeuvre ne doit pas dépasser 1 250 F. Exprimer le bénéfice journalier de l'entreprise en fonction de  $x$ , puis la production journalière d'objets A et B qui assurerait un bénéfice maximum.