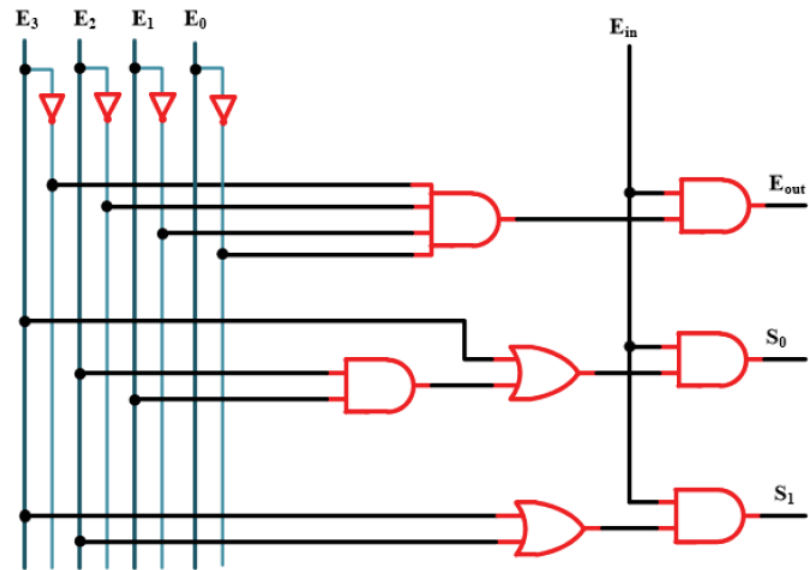


Travaux dirigés

Corrigés

SYSTEMES LOGIQUES



Spécialité Informatique

Abdelaziz KILANI
Jihène DHIAB

2016/2017



Sommaire

TD		PAGE
1	Systèmes de numération et codage	1
2	Les fonctions logiques	4
3	Simplification des fonctions logiques	7
4	Les circuits combinatoires	10
●	Corrigé du TD1	15
●	Corrigé du TD2	21
●	Corrigé du TD3	30
●	Corrigé du TD4	40
	Bibliographie et Netographie	54
	Annexe : Examen corrigé	55

Systèmes de numération et codage

Exercice N°1

Evaluer les nombres binaires suivants dans le système décimal:

- | | | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| a) 10100110 | b) 01101010 | c) 10001110 | d) 00011001 |
| e) 00110101 | f) 10101010 | g) 11110000 | h) 10000001 |

Exercice N°2

Convertir les nombres décimaux suivants en nombres binaires :

- | | | | | |
|--------|--------|--------|---------|--------|
| a) 108 | b) 64 | c) 42 | d) 1994 | e) 183 |
| f) 100 | g) 141 | h) 106 | i) 512 | j) 166 |

Exercice N°3

Convertir les nombres binaires suivants dans le système décimal :

- | | | | |
|--------------|---------------|--------------|--------------|
| a) 0,101 | b) 11,011 | c) 1011,111 | d) 1110,0011 |
| e) 1001,0110 | f) 0,00111001 | g) 101111,01 | h) 100,0101 |

Exercice N° 4

Convertir les nombres décimaux suivants en nombres binaires :

- | | | | |
|-----------|--------------|--|---------|
| a) 14,25 | b) 45,375 | c) 8,192 | d) 6,25 |
| e) 12,125 | f) 2048,0625 | g) 128,8968 (avec une précision de +- 0,002) | |

Exercice N°5

Convertir les nombres binaires suivants en octal :

- | | | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| a) 10100110 | b) 01001001 | c) 11101101 | d) 11100110 |
|-------------|-------------|-------------|-------------|

Exercice N°6

Convertir les nombres décimaux/binaires suivants en hexadécimal :

- | | | | |
|-------------|-------------|------------|---------------------|
| a) 10100110 | b) 01101010 | c) 11,0110 | d) 1010111100001100 |
| e) 64 | f) 183 | g) 45,375 | h) 1994 |

Exercice N°7

Convertir les nombres hexadécimaux suivants en décimal/binaire/octal

- | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| a) 6E | b) 5B | c) F5F5 | d) AACC | e) D276 | f) ABCD |
| g) 753E | h) 682C | i) 753F | j) A5 | k) B35 | l) 100 |

Exercice N°8

Convertir en DCB les nombres décimaux/binaires suivants:

- | | | | |
|-------------|-----------|-------------|-------------|
| a) 25 | b) 356 | c) 1024 | d) 783 |
| e) 00110101 | f) 101010 | g) 11110000 | h) 10000001 |

Exercice N°9

Convertir les nombres DCB suivants en décimal/binaire/octal

- | | | |
|-------------------|--------------|------------------------|
| a) 0110 1001 0010 | b) 1000 0111 | c) 0001 0000 0101 0100 |
| d) 0011 0011 | e) 0010 0101 | f) 0010 1000 0110 1001 |

Exercice N°10

Effectuer les additions suivantes, sur un octet :

- | | | | | | |
|----|----------|----|----------|----|----------|
| a) | 00000101 | b) | 00100111 | c) | 11011100 |
| | + | | + | | + |
| | 01000111 | | 10101010 | | 10011111 |

Exercice N°11

Effectuer les soustractions suivantes, sur un octet,

- | | | | | | |
|----|----------|----|----------|----|----------|
| a) | 00001101 | b) | 00100111 | c) | 11100001 |
| | - | | - | | - |
| | 0000111 | | 01101001 | | 1010011 |

Exercice N° 12

Effectuer les sommes binaires suivantes:

- | | |
|------------------------|---------------------|
| a) 110,1101 + 1011,101 | b) 111,101 + 1101,1 |
|------------------------|---------------------|

Les fonctions logiques

Exercice N°1

Démontrer algébriquement les théorèmes suivants :

1. $A.(A+B) = A$

2. $A+A.B = A$

3. $(A+B).(A+\bar{B}) = A$

4. $A.B + A.\bar{B} = A$

5. $A.(\bar{A}+B) = A.B$

6. $A + \bar{A}.B = A + B$

Exercice N°2

Trouver le complément de chacune des fonctions suivantes :

$F_1 = A + \bar{B}C + \bar{C}D$

$F_2 = \bar{A} + \bar{B}C + \overline{B + CD}$

$F_3 = A\bar{B} + \bar{C}D + \bar{A}B + \bar{B}C$

$F_4 = \overline{A + B} + \overline{A + \bar{C}} + \bar{A}C$

$F_5 = (A \oplus B) + (\bar{A}B)$

$F_6 = (A \odot B).(\bar{A} + B)$

$F_7 = ABC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + A\bar{B}\bar{C}$

$F_8 = (\bar{A} + B + C).(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}).(A + \bar{B} + \bar{C})$

Exercice N°3

Trouver une expression plus simple pour chacune des fonctions suivantes :

$F_1 = A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$

$F_2 = (AB + CD).(AB + \bar{C} + \bar{D})$

$F_3 = AC + B\bar{C} + AB + BD$

$F_4 = \bar{B}\bar{C}(B + D).(C + \bar{D}).(B + C)$

Exercice N°4

Réaliser les fonctions suivantes à base de portes NAND à deux entrées.

$F_1 = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{C}D$

$F_2 = \bar{A}B + BC + AC$

$F_3 = (A + B).(\bar{A} + B + C)$

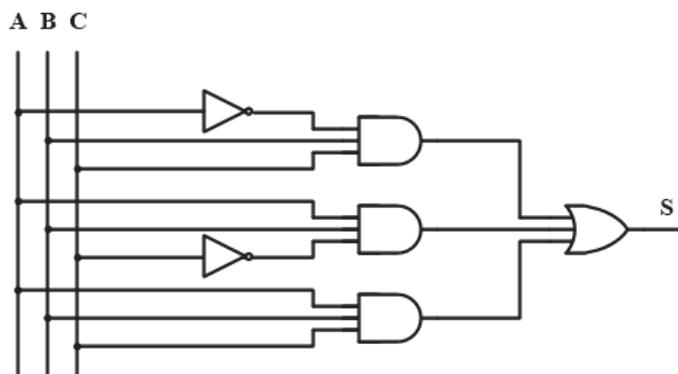
$F_4 = (B + C).(\bar{A} + B).(\bar{B} + \bar{C})$

Exercice N°5

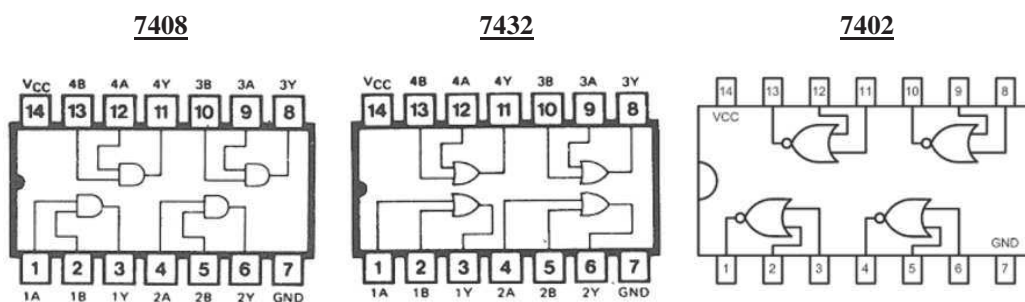
Reprendre la réalisation des fonctions de l'exercice N°4 à base de portes NOR à deux entrées.

Exercice N°6

Soit la fonction logique donnée par le logigramme (schéma logique) suivant :



1. Dédurre l'équation logique de S en fonction de A, B et C.
2. Etablir sa table de vérité.
3. Montrer qu'il est possible d'écrire l'équation de S d'une façon plus simple. En déduire un logigramme simplifié.
4. Etablir le schéma de réalisation de cette fonction en utilisant des circuits intégrés du type 7408 et 7432.
5. Rétablir le schéma de réalisation de cette fonction en utilisant un circuit intégré du type 7402.

**Exercice N° 7**

Etablir le logigramme de chacune des fonctions de l'exercice N°2.

Simplification des fonctions logiques

Exercice N°1

Ecrire la première et la deuxième forme canonique pour chacune des fonctions suivantes :

$$F_1(A, B, C) = \Sigma_m(1, 2, 4)$$

$$F_2(A, B, C, D) = \Sigma_m(0, 1, 3, 5, 6, 7, 12, 13, 14)$$

$$F_3(A, B, C) = \Pi_M(0, 2, 4, 6, 7)$$

$$F_4(A, B, C) = \bar{A}B + A\bar{B} + AB\bar{C}$$

$$F_5(A, B, C) = (A + B)(A + \bar{B} + \bar{C})$$

$$F_6(A, B, C, D) = \bar{A}B + A\bar{B}C + AB\bar{C}D$$

Remarque :

- Σ_m (signifie somme de mintermes).
c.à.d $\Sigma_m(1,2,4) = R(1,2,4)$
- Π_M (signifie produit de maxtermes).
c.à.d $\Pi_M(0,2,4,6,7) = I(0,2,4,6,7)$

Exercice N°2

Simplifier algébriquement les expressions suivantes :

$$F_1 = ABC\bar{C} + A\bar{C}D + A\bar{B}D + ABC$$

$$F_2 = \bar{A} + \bar{B}C + \overline{B + CD}$$

$$F_3 = ABC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + A\bar{B}\bar{C}$$

$$F_4 = (A + CD). (B + \bar{C} + \bar{D}). (A + B)$$

$$F_5 = AB + (A \oplus B)$$

$$F_6 = (A + B). (A \odot B)$$

Exercice N°3

Simplifier les fonctions suivantes par la méthode de KARNAUGH.

$$F_1(A, B, C) = \Sigma_m(0, 2, 4, 5, 6)$$

$$F_2(A, B, C, D) = \Sigma_m(2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 13, 14)$$

$$F_3(A, B, C, D) = \Sigma_m(1, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 13, 15)$$

$$F_4(A, B, C, D) = \Pi_M(0, 2, 3, 8, 11, 12, 14)$$

$$F_5(A, B, C, D, E) = \Sigma_m(1, 6, 9, 11, 13, 17, 19, 27, 29)$$

Exercice N°4

Simplifier les fonctions suivantes par la méthode de KARNAUGH.

$$F_1 = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + ABC\bar{C} + A\bar{B}\bar{C}$$

$$F_2 = (A + B + C). (\bar{A} + \bar{B} + C). (\bar{A} + B + C)$$

$$F_3 = \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}C\bar{D}$$

$$F_4 = \bar{A}\bar{B}CD + ACD + \bar{A}\bar{C}D$$

$$F_5 = (A + B + C + \bar{D}). (A + \bar{B} + C + D). (A + \bar{B} + \bar{C} + D). (\bar{A} + \bar{B} + C + D). (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + D)$$

Exercice N°5

Simplifier graphiquement les fonctions suivantes :

$$F_1(W, X, Y, Z) = \Sigma_m(1, 7, 11, 13) + \Sigma_d(0, 5, 10, 15)$$

$$F_2(W, X, Y, Z) = \Sigma_m(1, 3, 7, 9) + \Sigma_d(6, 12, 13)$$

$$F_3(X, Y, Z) = \Sigma_m(2, 3, 4, 6, 7) + \Sigma_d(1, 5)$$

$$F_4(A, B, C, D) = \Sigma_m(0, 4, 8, 9, 11, 13) + \Sigma_d(2, 3, 7, 10, 12)$$

$$F_6(A, B, C, D) = \Pi_M(1, 3, 4, 6, 7, 9) + \Sigma_d(5, 10, 11, 12)$$

Remarque :

- Σ_d (signifie somme des états indifférents (ϕ) de la fonction).

Exercice N°6

Soit la fonction logique donnée par le tableau de KARNAUGH suivant :

1. Ecrire **F** sous la première forme canonique.
2. Ecrire **F** sous la deuxième forme canonique.
3. Etablir le logigramme de **F** à partir de sa forme canonique la plus simple.
4. Simplifier graphiquement l'expression de **F**.
5. Etablir le logigramme simplifié de cette fonction en utilisant des portes NOR.

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	0	0	1
	01	1	0	0	1
	11	0	0	0	0
	10	1	0	0	1

F

Exercice N°7

Soit la fonction logique donnée par la table de vérité ci-contre :

1. Ecrire **F** sous la première forme canonique.
2. Ecrire **F** sous la deuxième forme canonique.
3. Etablir le logigramme de **F** à partir de sa forme canonique la plus simple.
4. Simplifier graphiquement l'expression de **F**.
5. Etablir le logigramme simplifié de cette fonction en utilisant des portes NAND.

A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Les circuits combinatoires

Exercice N°1

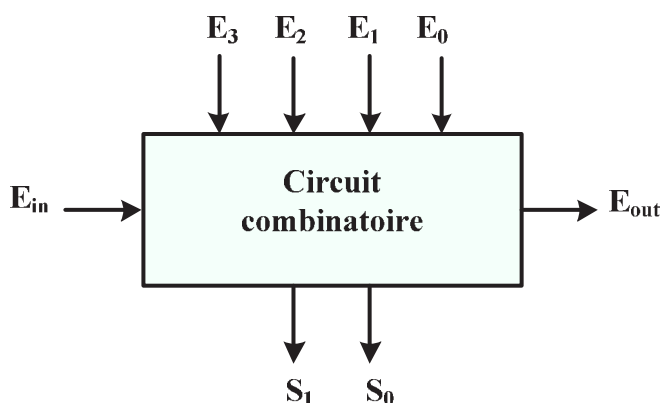
Dans une usine des briques on effectue le contrôle de qualité selon 4 critères : le poids (P), la longueur (L) la largeur (W) et la hauteur (H) (0 incorrect et 1 correct), cela permet de classer les briques en trois catégories :

- Qualité A : le poids (P) et deux dimensions au moins sont correctes,
- Qualité B : le poids (P) seul est incorrect ou le poids étant correct et deux dimensions au moins sont incorrectes,
- Qualité C : (ou refus) le poids (P) est incorrect ainsi qu'une ou, plusieurs dimensions.

1. Etablir la table de vérité liant **P**, **L**, **W** et **H** aux fonctions de sortie **A**, **B** et **C**.
2. Trouver les équations des sorties (simplifiées par tableau de Karnaugh).
3. Représenter le logigramme à l'aide de 2 circuits intégrés contenant 3 portes NAND à 3 entrées et de 1 circuit intégré contenant 4 NOR à 2 entrées. On dispose des variables **P**, **L**, **W** et **H** sous la forme directe seulement.

Exercice N°2

Soit un circuit combinatoire à 5 lignes d'entrée et 3 lignes de sorties comme le montre la figure ci-dessous :



Le fonctionnement est le suivant :

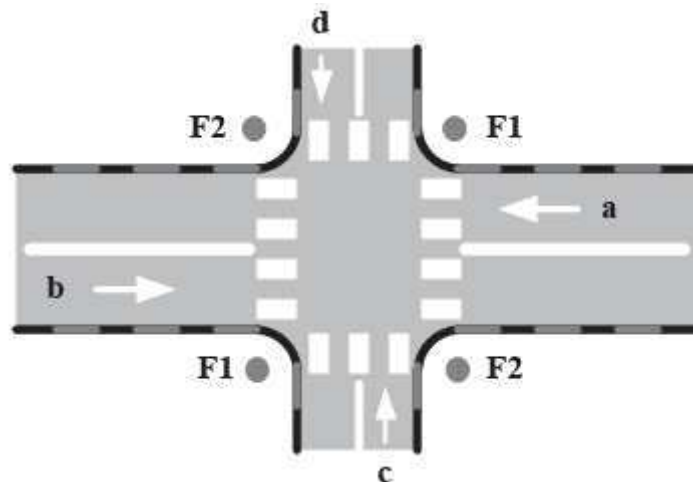
- Lorsqu'une seule ligne d'entrée, parmi **E₀**, **E₁**, **E₂**, **E₃** se trouve au niveau haut, son numéro est codé en binaire sur les sorties (**S₁S₀**),
- Si plusieurs lignes sont simultanément au niveau haut, on code le numéro le plus élevé,
- Si toutes les lignes d'entrée sont au niveau bas, on code (**S₁S₀**) = (**00**), mais on signale par **E_{out}**=**1** que ce code n'est pas validé. Dans tous les autres cas **E_{out}**=**0**.
- Le fonctionnement décrit jusqu'ici s'observe lorsque **E_{in}**=**1**. Si **E_{in}**=**0**, on obtient **S₁**=**S₀**=**E_{out}** = **0**.

1. Dresser la table de vérité de ce codeur.
2. Etablir les équations logiques des sorties **S₀**, **S₁** et **E_{out}** en fonction des entrées **E₀**, **E₁**, **E₂**, **E₃** et **E_{in}**.
3. Représenter le schéma logique du codeur.

Exercice N°3

On s'intéresse à une intersection entre une route principale et une route secondaire dont on donne le principe de fonctionnement ainsi qu'un extrait du cahier des charges fonctionnel.

Des capteurs de présence de voitures sont placés le long des voies **a** et **b** pour la route principale, **c** et **d** pour la route secondaire. Les sorties de ces capteurs sont à 1 en présence de voitures.



Extrait du cahier des charges :

- Le feu **F1** est vert quand il y a des voitures en **a** et **b** en même temps.
- Le feu **F1** est vert quand il y a des voitures en **a** ou **b** et qu'il n'y en a pas en **c** ou en **d**.
- Le feu **F2** est vert quand il y a des voitures en **c** et **d** et qu'il n'y en a pas en **a** ou en **b**.
- Le feu **F2** est vert quand il y a des voitures en **c** ou **d** et qu'il n'y en a ni en **a** ni en **b**.
- Le feu **F1** est vert quand il n'y a pas de voitures du tout.

La variable correspondant à un feu est à 1 lorsque le feu est vert.

1. Dresser la table de vérité qui permet de traduire ce problème sachant que les entrées sont **a**, **b**, **c** et **d** et les sorties sont **F1** et **F2**.
2. Déterminer les expressions des équations logiques **F1** et **F2** sous forme de sommes de produits.
3. Simplifier les graphiquement les expressions de **F1** et **F2**.

Exercice N°4

On veut concevoir un circuit permettant de détecter la parité d'un mot de 4 bits codé sur les entrées **A**, **B**, **C** et **D**. La sortie **P=0** si le nombre de 1 en entrée est pair (exemple : 0011) et **P=1** sinon (exemple : 1000).

1. Etablir la table de vérité correspondante.
2. Représenter le schéma de réalisation de cette fonction à base d'un décodeur 4 vers 16.
3. Représenter le schéma à base d'un multiplexeur 16 vers 1.
4. Représenter le schéma à base d'un multiplexeur 8 vers 1.

Exercice N°5

La figure1 représente un comparateur de deux nombres binaires x_i et y_i à 1 bit.



Figure 1

1. Effectuer la synthèse de ce circuit logique.

2. On veut réaliser un comparateur de deux nombres binaires à trois bits $X = X_2X_1X_0$ et $Y = Y_2Y_1Y_0$, dont le schéma synoptique est donné par la figure2. On note que X_0 et Y_0 sont les bits de poids les plus faibles.

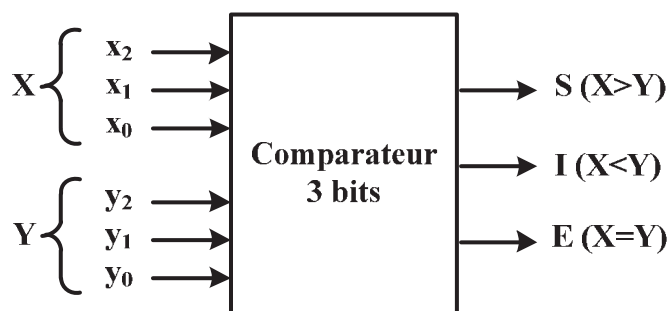


Figure 2

- a- Donner les expressions logiques des sorties **S**, **I** et **E** en fonction des sorties **S_i**, **I_i**, **E_i** avec $i=0, 1, 2$ du comparateur à 1 bit.
b- En déduire le schéma interne du comparateur à 3 bits.

3. On veut afficher les sorties du comparateur (**S**, **I**, **E**) sur un afficheur 7 segments à cathodes communes en utilisant un transcodeur, comme le montre la figure3a, et ce pour obtenir l'affichage donné par la figure 3b.

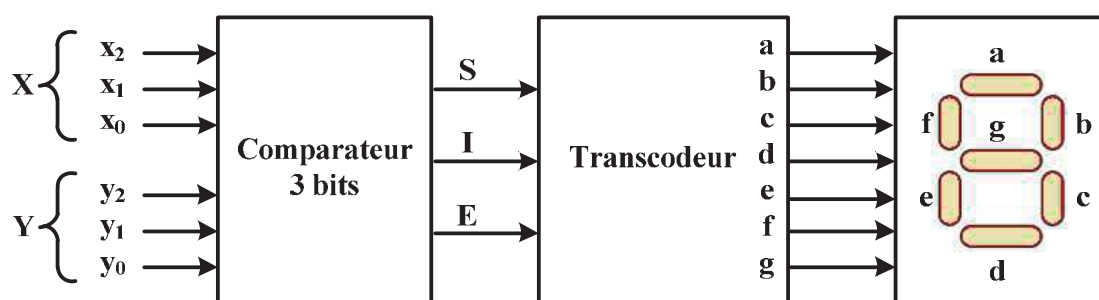


Figure 3a

a- Donner la table de transcodage permettant le passage du code **S**, **I**, **E** au code 7 segments.

b- En déduire le schéma interne du transcodeur

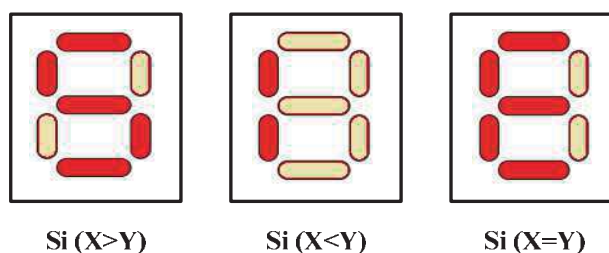
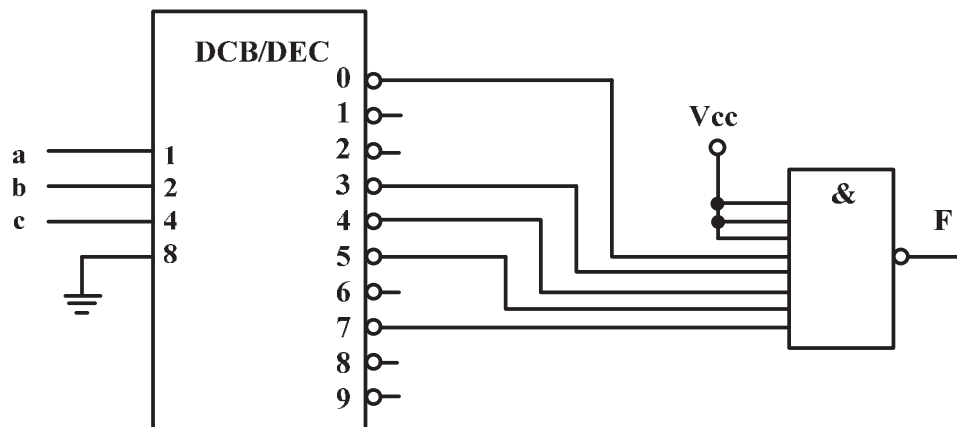


Figure 3b

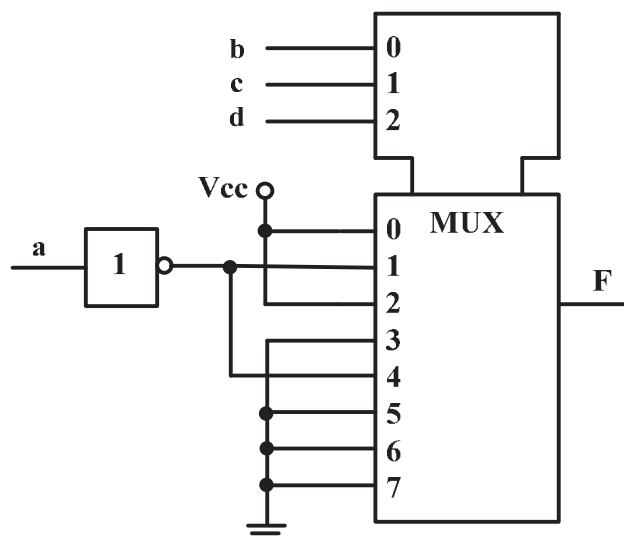
Exercice N°6

Pour chacun des circuits ci-dessous, identifier les composants utilisés puis établir l'expression de la sortie en fonction des différentes entrées.

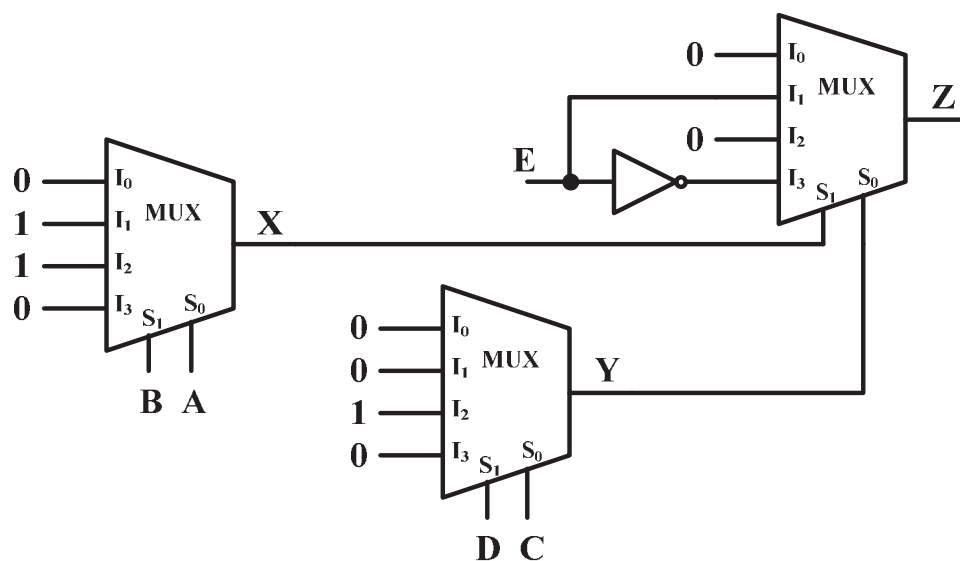
a-



b-



c-



Corrigé du TD1

2

54 | 2

0 | 27 | 2

1 | 13 | 2

1 | 6 | 2

0 | 3 | 2

1 | 1 | 2

1 | 0

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3
↓	↓	↓	↓	↓
128	64	32	16	8
0	1	1	0	1
64+32 = 96				8 + 4 = 12
96				+

$(108)_{10} = (11001100)_2$

a) $(8)_{10} = (11001100)_2$

b) $(9)_{10} = (101010)_2$

c) $(10)_{10} = (101010)_2$

d) $(11)_{10} = (101010)_2$

e) $(12)_{10} = (11001100)_2$

f) $(13)_{10} = (11001100)_2$

g) $(14)_{10} = (11001100)_2$

h) $(15)_{10} = (11001100)_2$

i) $(16)_{10} = (10000000)_2$

j) $(17)_{10} = (10000000)_2$

k) $(18)_{10} = (10000000)_2$

l) $(19)_{10} = (10000000)_2$

m) $(20)_{10} = (10000000)_2$

n) $(21)_{10} = (10000000)_2$

o) $(22)_{10} = (10000000)_2$

p) $(23)_{10} = (10000000)_2$

q) $(24)_{10} = (10000000)_2$

r) $(25)_{10} = (10000000)_2$

Exercice N°1

a) $(\underline{10100110})_2 = (?)_{10}$

$$= 1 \times 2^7 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 \quad (\text{pour simplifier on écrit seulement les puissances ayants 1 comme coefficient})$$

$$= (166)_{10}$$

a) $(10100110)_2 = (166)_{10}$

b) $(01101010)_2 = (106)_{10}$

c) $(10001110)_2 = (142)_{10}$

d) $(00011001)_2 = (25)_{10}$

e) $(00110101)_2 = (53)_{10}$

f) $(10101010)_2 = (170)_{10}$

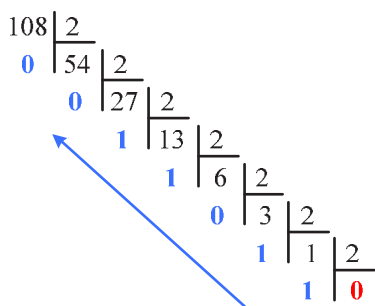
g) $(11110000)_2 = (240)_{10}$

h) $(10000001)_2 = (129)_{10}$

Exercice N°2

a) $(108)_{10} = (?)_2$

Première méthode



Deuxième méthode

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
128	64	32	16	8	4	2	1
0	1	1	0	1	1	0	0
		$64 + 32 = 96$		$8 + 4 = 12$			
		96		+		12	= 108

$(108)_{10} = (11001100)_2$

a) $(108)_{10} = (11001100)_2$

b) $(64)_{10} = (1000000)_2$

c) $(42)_{10} = (101010)_2$

d) $(1994)_{10} = (11111001010)_2$

e) $(183)_{10} = (10110111)_2$

f) $(100)_{10} = (1100100)_2$

g) $(141)_{10} = (100011010)_2$

h) $(106)_{10} = (1101010)_2$

i) $(512)_{10} = (1000000000)_2$

j) $(166)_{10} = (10100110)_2$

Exercice N°3

$$a) (0,101)_2 = (?)_{10}$$

$$= 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-3}$$

$$= (0,625)_{10}$$

a) $(0,101)_2 = (0,625)_{10}$

b) $(11,011)_2 = (3,375)_{10}$

c) $(1011,111)_2 = (11,875)_{10}$

d) $(1110,0011)_2 = (14,1875)_{10}$

e) $(1001,0110)_2 = (9,375)_{10}$

f) $(0,00111001)_2 = (0,22265625)_{10}$

g) $(101111,01)_2 = (47,25)_{10}$

h) $(100,0101)_2 = (4,3125)_{10}$

Exercice N° 4

La conversion de la partie entière s'effectue par des divisions successives par 2 alors que la conversion de la partie fractionnaire s'effectue par des multiplications successives par 2. Si la conversion est infinie on se limite à 8 bits après la virgule car la précision demandée est $\pm 0,002$.

Or $(1/0,002) = 500$ et $(2^8 < 500 < 2^9)$ d'où l'utilisation de **8** bits dans la partie fractionnaire si la conversion n'aboutit pas à un résultat exact.

a) $(14,25)_{10} = (1110,01)_2$

b) $(45,375)_{10} = (101101,011)_2$

c) $(8,192)_{10} = (1000,00110001)_2$

d) $(6,25)_{10} = (110,01)_2$

e) $(12,125)_{10} = (1100,001)_2$

f) $(2048,0625)_{10} = (100000000000,0001)_2$

g) $(128,8968)_{10} = (10000000,11100101)_2$

Exercice N°5

a) $(10100110)_2 = (\underline{010} \ \underline{100} \ \underline{110})_2 = (246)_8$

b) $(01001001)_2 = (111)_8$

c) $(11101101)_2 = (355)_8$

d) $(11100110)_2 = (346)_8$

Exercice N°6

a) $(10100110)_2 = (\underline{1010} \ \underline{0110})_2 = (A6)_{16}$

b) $(01101010)_2 = (6A)_{16}$

c) $(11,0110)_2 = (\underline{0011}, \underline{0110})_2 = (3,6)_{16}$

d) $(1010111100001100)_2 = (AF0C)_{16}$

e) $(64)_{10} = (40)_{16}$

f) $(183)_{10} = (B7)_{16}$

g) $(45,375)_{10} = (2D,6)_{16}$

h) $(1994)_{10} = (7CA)_{16}$

Exercice N°7

a) $(6E)_{16} = 6 \times 16^1 + 14 \times 16^0 = (110)_{10}$

b) $(5B)_{16} = (91)_{10}$

$(6E)_{16} = (0110 \ 1110)_2 = (1101110)_2$

$(5B)_{16} = (1011011)_2$

$(6E)_{16} = (\underline{001} \ \underline{101} \ \underline{110})_2 = (156)_8$

$(5B)_{16} = (133)_8$

- c) $(F5F5)_{16} = (62965)_{10}$
 $(F5F5)_{16} = (1111010111110101)_2$
 $(F5F5)_{16} = (172765)_8$
- d) $(AACC)_{16} = (43724)_{10}$
 $(AACC)_{16} = (1010101011001100)_2$
 $(AACC)_{16} = (125314)_8$
- e) $(D276)_{16} = (53878)_{10}$
 $(D276)_{16} = (1101001001110110)_2$
 $(D276)_{16} = (151136)_8$
- f) $(ABCD)_{16} = (43981)_{10}$
 $(ABCD)_{16} = (1010101111001101)_2$
 $(ABCD)_{16} = (125715)_8$
- g) $(753E)_{16} = (30014)_{10}$
 $(753E)_{16} = (0111010100111110)_2$
 $(753E)_{16} = (172476)_8$
- h) $(682C)_{16} = (26668)_{10}$
 $(682C)_{16} = (110100000101100)_2$
 $(682C)_{16} = (64054)_8$
- i) $(753F)_{16} = (30015)_{10}$
 $(753F)_{16} = (111010100111111)_2$
 $(753F)_{16} = (72477)_8$
- j) $(A5)_{16} = (165)_{10}$
 $(A5)_{16} = (10100101)_2$
 $(A5)_{16} = (245)_8$
- k) $(B35)_{16} = (2869)_{10}$
 $(B35)_{16} = (101100110101)_2$
 $(B35)_{16} = (5465)_8$
- l) $(100)_{16} = (256)_{10}$
 $(100)_{16} = (100000000)_2$
 $(100)_{16} = (400)_8$

Exercice N°8

Les nombres décimaux seront directement convertis digit par digit (chiffre par chiffre) en DCB alors que pour les nombres binaires doivent être convertis en décimal puis en DCB.

- a) $(25)_{10} = (0010\ 0101)_{DCB}$
- b) $(356)_{10} = (0011\ 0101\ 0110)_{DCB}$
- c) $(1024)_{10} = (0001\ 0000\ 0010\ 0100)_{DCB}$
- d) $(783)_{10} = (0111\ 1000\ 0011)_{DCB}$
- e) $(00110101)_2 = (53)_{10}$
 $= (0101\ 0011)_{DCB}$
- f) $(101010)_2 = (42)_{10}$
 $= (0100\ 0010)_{DCB}$
- g) $(11110000)_2 = (240)_{10}$
 $= (0010\ 0100\ 0000)_{DCB}$
- h) $(10000001)_2 = (129)_{10}$
 $= (0001\ 0010\ 1001)_{DCB}$

Exercice N°9

a) $(0110\ 1001\ 0010)_{\text{DCB}} = (692)_{10}$

$(692)_{10} = (1010110100)_2$

$(1010110100)_2 = (1264)_8$

b) $(1000\ 0111)_{\text{DCB}} = (87)_{10}$

$(87)_{10} = (1010111)_2$

$(1010111)_2 = (127)_8$

c) $(0001\ 0000\ 0101\ 0100)_{\text{DCB}} = (1054)_{10}$

$(1054)_{10} = (10000011110)_2$

$(10000011110)_2 = (2036)_8$

d) $(0011\ 0011)_{\text{DCB}} = (33)_{10}$

$(33)_{10} = (100001)_2$

$(100001)_2 = (41)_8$

e) $(0010\ 0101)_{\text{DCB}} = (25)_{10}$

$(25)_{10} = (11001)_2$

$(11001)_2 = (31)_8$

f) $(0010\ 1000\ 0110\ 1001)_{\text{DCB}} = (2869)_{10}$

$(2869)_{10} = (101100110101)_2$

$(101100110101)_2 = (5465)_8$

Exercice N°10

a) $(00000101)_2 + (01000111)_2 = (01001100)_2$

b) $(00100111)_2 + (10101010)_2 = (11010001)_2$

c) $(11011100)_2 + (10011111)_2 = (1\ 01110011)_2$ (dépassement de capacité donc l'opération n'est pas possible sur un octet)

Exercice N°11

Faire la soustraction $(X-Y)$ revient à faire l'addition $(X+(-Y))$ avec $-Y=C2(Y)$ ($-Y$ est le complément à 2 de Y) :

- Si la dernière retenue de l'opération est égale à 1 alors le résultat de la soustraction est positif et on supprime cette retenue.
- Si la dernière retenue de l'opération est égale à 0 alors le résultat de la soustraction est négatif et on doit faire le complément à deux pour obtenir la valeur absolue du résultat final.

a) $(00001101)_2 - (0000111)_2 = (01001100)_2$

$C2(0000111) = (11111000 + 1) = (11111001)$ (sur 8 bits)

$$\begin{aligned} \text{Donc } (00001101)_2 - (0000111)_2 &= (00001101)_2 + (11111001)_2 \\ &= (0000110)_2 \\ &= (+6)_{10} \end{aligned}$$

- b) $(00100111)_2 - (01101001)_2 = (00100111)_2 + (10010111)_2$
 $= (10111110)_2$
 $= (-66)_{10}$
Car $C2(10111110)_2 = (01000010)_2 = (66)_{10}$
- c) $(11100001)_2 - (01010011)_2 = (11100001)_2 + (10101101)_2$ (sur 8 bits)
 $= (10001110)_2$
 $= (-114)_{10}$

Si on considère les nombres non signés le résultat de la dernière opération sera :

$$(11100001)_2 - (01010011)_2 = ((10001110)_2) \\ = (142)_{10}$$

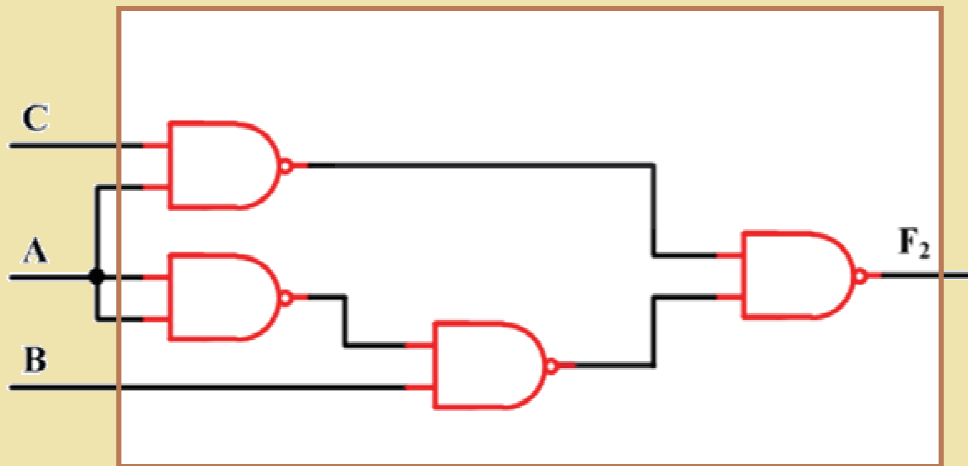
Exercice N° 12

- a) $(110,1101)_2 + (1011,101)_2 = (10010,0111)_2$
- b) $(111,101)_2 + (1101,1)_2 = (10101,001)_2$

Corrigé du TD2

$[B] \mid (A \mid C)$

$$F_2 = [(A \mid A) \mid B] \mid (A \mid C)$$



$(\bar{A} + B + C)$

Exercice N°1

$$\begin{aligned}
 1. \quad A(A+B) &= AA+AB \\
 &= A+AB \\
 &= A(1+B) \\
 &= A
 \end{aligned}$$

$$A(A+B)=A$$

$$3. \quad (A+B).(A+\bar{B}) = AA + A\bar{B} + BA + B\bar{B}$$

$$\begin{aligned}
 &= AA + A\bar{B} + BA + B\bar{B} \\
 &= A + A\bar{B} + BA + 0 \\
 &= A(1 + \bar{B} + B) \\
 &= A
 \end{aligned}$$

$$(A+B).(A+\bar{B}) = A$$

$$\begin{aligned}
 5. \quad A.(\bar{A}+B) &= A.\bar{A} + A.B \\
 &= 0 + A.B \\
 &= A.B
 \end{aligned}$$

$$A.(\bar{A}+B) = AB$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad A+A.B &= A(1+B) \\
 &= A
 \end{aligned}$$

$$A+A.B = A$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad A.B + A.\bar{B} &= A(B + \bar{B}) \\
 &= A.1 \\
 &= A
 \end{aligned}$$

$$A.B + A.\bar{B} = A$$

$$\begin{aligned}
 6. \quad A + \bar{A}.B &= (A + \bar{A})(A + B) \\
 &= 1.(A + B) \\
 &= (A + B)
 \end{aligned}$$

$$A + \bar{A}.B = (A + B)$$

Exercice N°2

$$F_1 = A + \overline{BC} + \bar{C}D$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \quad \bar{F}_1 &= \overline{A + \overline{BC} + \bar{C}D} \\
 &= \bar{A}. \overline{\overline{BC}}. \overline{\bar{C}D} \\
 &= \bar{A}. BC. (C + \bar{D}) \\
 &= \bar{A}BC + \bar{A}BC\bar{D} \\
 &= \bar{A}BC(1 + \bar{D}) \\
 &= \bar{A}BC
 \end{aligned}$$

$$\bar{F}_1 = \bar{A}BC$$

$$F_2 = \bar{A} + \bar{B}C + \overline{B + CD}$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \quad \bar{F}_2 &= \overline{\bar{A} + \bar{B}C + \overline{B + CD}} \\
 &= A. \overline{\bar{B}C}. (B + CD) \\
 &= A(B + \bar{C}). (B + CD) \\
 &= A(B + BCD + B\bar{C} + \bar{C}CD) \\
 &= AB(1 + CD + \bar{C}) \\
 &= AB
 \end{aligned}$$

$$\bar{F}_2 = AB$$

$$F_3 = A\bar{B} + \bar{C}D + \bar{A}B + \bar{B}C$$

$$\Rightarrow \bar{F}_3 = \overline{A\bar{B} + \bar{C}D + \bar{A}B + \bar{B}C}$$

$$= (\bar{A} + B). (C + D). (A + \bar{B}). (B + \bar{C})$$

$$\bar{F}_3 = (\bar{A} + B). (C + D). (A + \bar{B}). (B + \bar{C})$$

$$F_4 = \overline{A + B} + \overline{\bar{A} + \bar{C}} + \overline{AC}$$

$$\Rightarrow \bar{F}_4 = \overline{\overline{A + B} + \overline{\bar{A} + \bar{C}} + \overline{AC}}$$

$$= (A + B). (\bar{A} + \bar{C}). (AC)$$

$$= (A\bar{A} + A\bar{C} + B\bar{A} + B\bar{C})AC$$

$$= 0$$

$$\bar{F}_4 = 0$$

$$F_5 = (A \oplus B) + (\bar{A}B)$$

$$\Rightarrow \bar{F}_5 = \overline{(A \oplus B) + (\bar{A}B)}$$

$$= \overline{(A \oplus B)}. (\overline{\bar{A}B})$$

$$= (A \odot B). (A + \bar{B})$$

$$= (\bar{A}. \bar{B} + AB). (A + \bar{B})$$

$$= (AB + \bar{A}. \bar{B})$$

$$= A \odot B$$

$$\bar{F}_5 = A \odot B$$

$$F_6 = (A \odot B). (\bar{A} + B)$$

$$\Rightarrow \bar{F}_6 = \overline{(A \odot B). (\bar{A} + B)}$$

$$= \overline{(A \odot B)} + \overline{(\bar{A} + B)}$$

$$= (A \oplus B) + (A. \bar{B})$$

$$= (\bar{A}B + AB). (A + \bar{B})$$

$$= A\bar{B}$$

$$\bar{F}_6 = A\bar{B}$$

$$F_7 = ABC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + A\bar{B}\bar{C}$$

$$= AC(B + \bar{B}) + A\bar{C}(B + \bar{B})$$

$$= A(C + \bar{C})$$

$$= A$$

$$\Rightarrow \bar{F}_7 = \bar{A}$$

$$\bar{F}_7 = \bar{A}$$

$$F_8 = (\bar{A} + B + C). (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}). (A + \bar{B} + \bar{C})$$

$$\Rightarrow \bar{F}_8 = \overline{(\bar{A} + B + C). (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}). (A + \bar{B} + \bar{C})}$$

$$= \overline{\bar{A} + B + C} + \overline{\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}} + \overline{A + \bar{B} + \bar{C}}$$

$$= A\bar{B}\bar{C} + BC(C + \bar{C})$$

$$= A\bar{B}\bar{C} + BC$$

$$\bar{F}_8 = A\bar{B}\bar{C} + BC$$

Exercice N°3

$$\begin{aligned}
 F_1 &= AB\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + ABC \\
 &= AB(\bar{C} + C) + A\bar{B}\bar{C} \\
 &= A(B + \bar{B}\bar{C}) \\
 &= A(B + \bar{C})
 \end{aligned}$$

$$F_1 = A(B + \bar{C})$$

$$\begin{aligned}
 F_3 &= AC + B\bar{C} + AB + BD \\
 &= AC + B\bar{C} + BD \quad \text{d'après le théorème de} \\
 &\quad \text{consensus} \\
 &= A + B(\bar{C} + D)
 \end{aligned}$$

$$F_3 = A + B(\bar{C} + D)$$

$$\begin{aligned}
 F_2 &= (AB + CD) \cdot (AB + \bar{C} + \bar{D}) \\
 &= (AB + CD) \cdot (AB + \overline{CD}) \\
 &= AB \\
 &\quad \text{D'après le théorème d'absorption}
 \end{aligned}$$

$$F_2 = AB$$

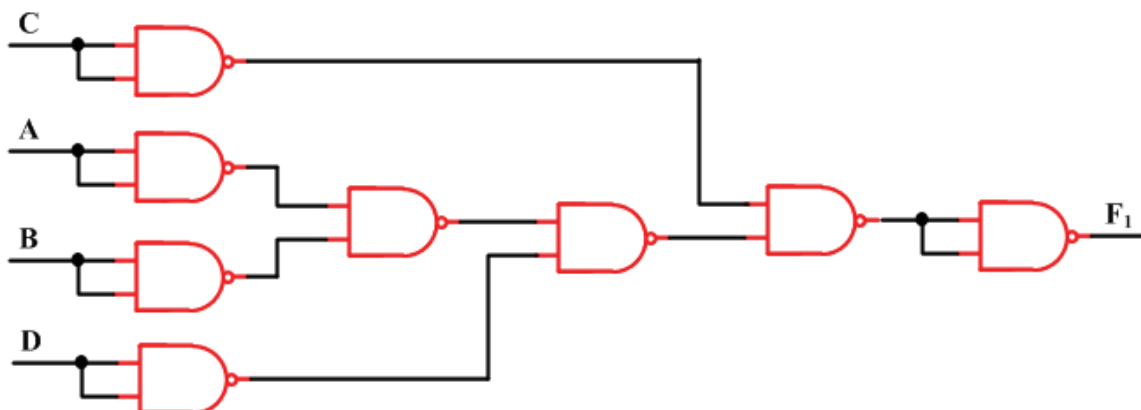
$$\begin{aligned}
 F_4 &= \bar{B}\bar{C}(B + D) \cdot (C + \bar{D}) \cdot (B + C) \\
 &= \bar{B}\bar{C}(B + D) \cdot (C + \bar{D}) \quad \text{d'après le} \\
 &\quad \text{théorème} \\
 &\quad \text{de consensus} \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

$$F_4 = 0$$

Exercice N°4

$$\begin{aligned}
 F_1 &= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{C}D \\
 &= \bar{C}(\bar{A}\bar{B} + D) \\
 &= \overline{\overline{\bar{C}(\bar{A}\bar{B} + D)}} \\
 &= [\bar{C} \mid (\bar{A}\bar{B} + D)] \mid 1 \\
 &= [\bar{C} \mid (\bar{A}\bar{B} \mid \bar{D})] \mid 1 \\
 &= [(C \mid C) \mid (((A \mid A) \mid (B \mid B)) \mid (D \mid D))] \mid 1
 \end{aligned}$$

$$F_1 = [(C \mid C) \mid (((A \mid A) \mid (B \mid B)) \mid (D \mid D))] \mid 1$$



$$F_2 = \bar{A}B + BC + AC$$

$F_2 = \bar{A}B + AC$, d'après le théorème de consensus

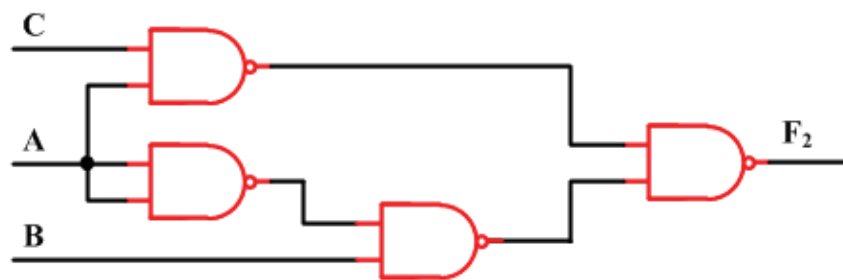
$$= \overline{\overline{\bar{A}B + AC}}$$

$$= \overline{\bar{A}B} \cdot \overline{AC}$$

$$= (\bar{A} \mid B) \mid (A \mid C)$$

$$= [(A \mid A) \mid B] \mid (A \mid C)$$

$$F_2 = [(A \mid A) \mid B] \mid (A \mid C)$$



$$F_3 = (A + B) \cdot (\bar{A} + B + C)$$

$$= \overline{\overline{(A + B) \cdot (\bar{A} + B + C)}}$$

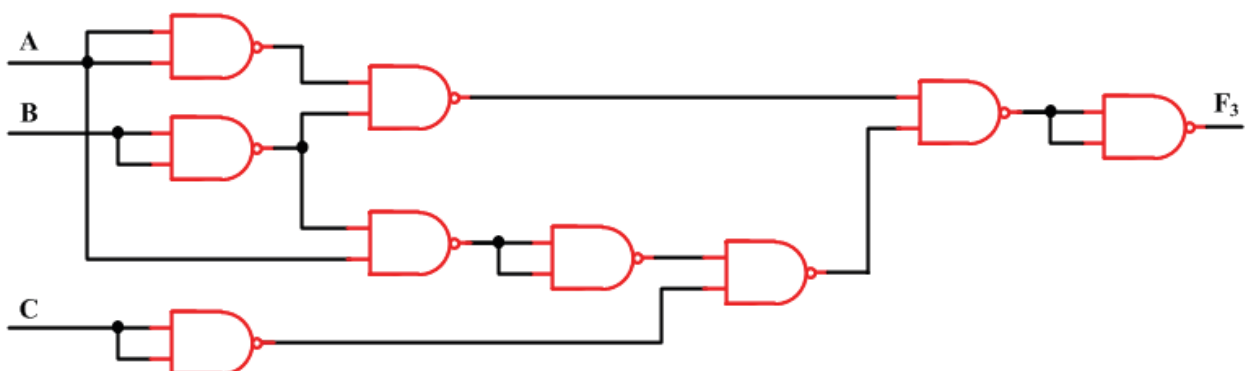
$$= [(A + B) \mid (\bar{A} + B + C)] \mid 1$$

$$= [(\bar{A} \mid \bar{B}) \mid ((\bar{A} + B) \mid \bar{C})] \mid 1$$

$$= [((A \mid A) \mid (B \mid B)) \mid [((A \mid \bar{B}) \mid 1) \mid (C \mid C)]] \mid 1$$

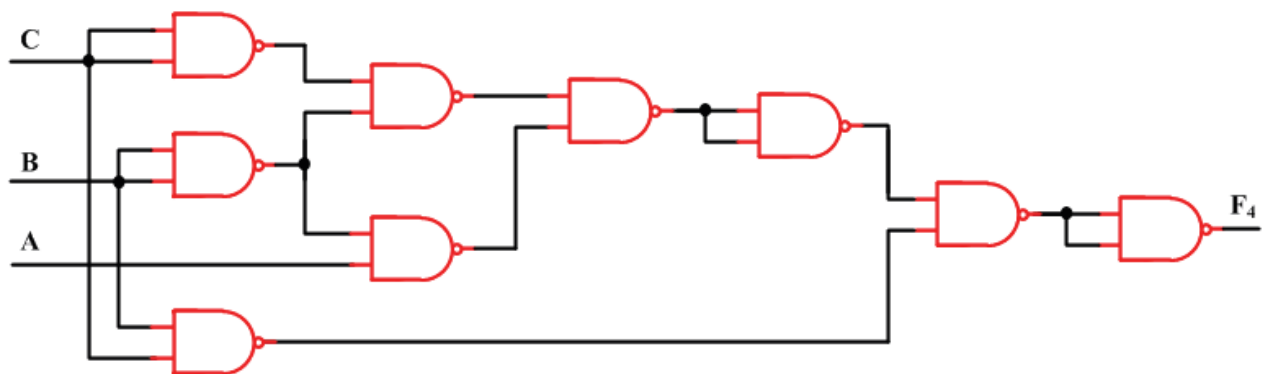
$$= [((A \mid A) \mid (B \mid B)) \mid [((A \mid (B \mid B)) \mid 1) \mid (C \mid C)]] \mid 1$$

$$F_3 = [((A \mid A) \mid (B \mid B)) \mid [((A \mid (B \mid B)) \mid 1) \mid (C \mid C)]] \mid 1$$



$$\begin{aligned}
 F_4 &= (B + C).(\bar{A} + B).(\bar{B} + \bar{C}) \\
 &= [(B + C).(\bar{A} + B)].(\bar{B} + \bar{C}) \\
 &= [(B + C).(\bar{A} + B)] \mid (\bar{B} + \bar{C}) \mid 1 \\
 &= [(B + C).(\bar{A} + B)] \mid (\bar{B} + \bar{C}) \mid 1 \\
 &= [((B + C) \mid (\bar{A} + B)) \mid 1] \mid (\bar{B} + \bar{C}) \mid 1 \\
 &= [((\bar{B} \mid \bar{C}) \mid (A \mid \bar{B})) \mid 1] \mid (B \mid C) \mid 1 \\
 &= [(((B \mid B) \mid (C \mid C)) \mid (A \mid (B \mid B))) \mid 1] \mid (B \mid C) \mid 1
 \end{aligned}$$

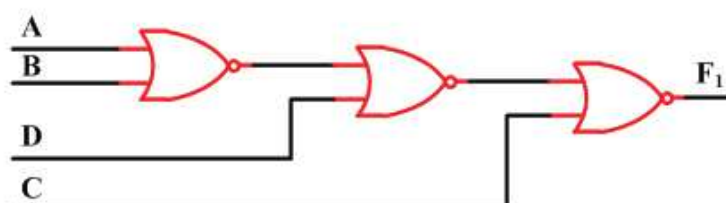
$$F_4 = [(((B \mid B) \mid (C \mid C)) \mid (A \mid (B \mid B))) \mid 1] \mid (B \mid C) \mid 1$$



Exercise N°5

$$\begin{aligned}
 F_1 &= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{C}D \\
 &= \bar{C}(\bar{A}\bar{B} + D) \\
 &= C \downarrow (\bar{\bar{A}\bar{B} + D}) \\
 &= C \downarrow (\bar{A}\bar{B} \downarrow D) \\
 &= C \downarrow ((A \downarrow B) \downarrow D)
 \end{aligned}$$

$$F_1 = C \downarrow ((A \downarrow B) \downarrow D)$$



$$F_2 = \bar{A}B + BC + AC$$

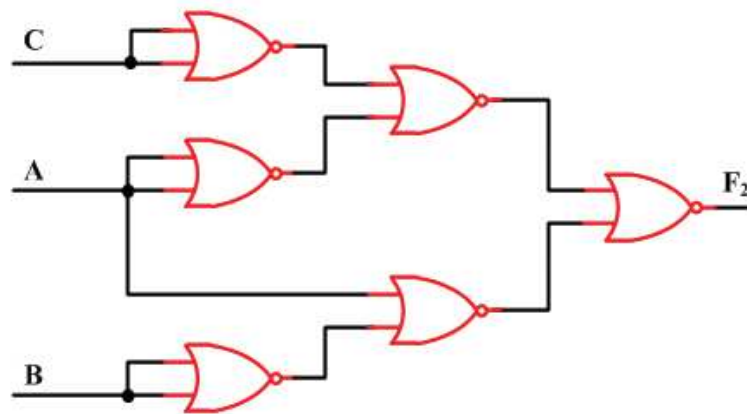
$F_2 = \bar{A}B + AC$, d'après le théorème de consensus

$$= \bar{A}B \downarrow AC$$

$$= (A \downarrow \bar{B}) \downarrow (\bar{A} \downarrow \bar{C})$$

$$= [A \downarrow (B \downarrow B)] \downarrow [(A \downarrow A) \downarrow (C \downarrow C)]$$

$$F_2 = [A \downarrow (B \downarrow B)] \downarrow [(A \downarrow A) \downarrow (C \downarrow C)]$$



$$F_3 = (A + B) \cdot (\bar{A} + B + C)$$

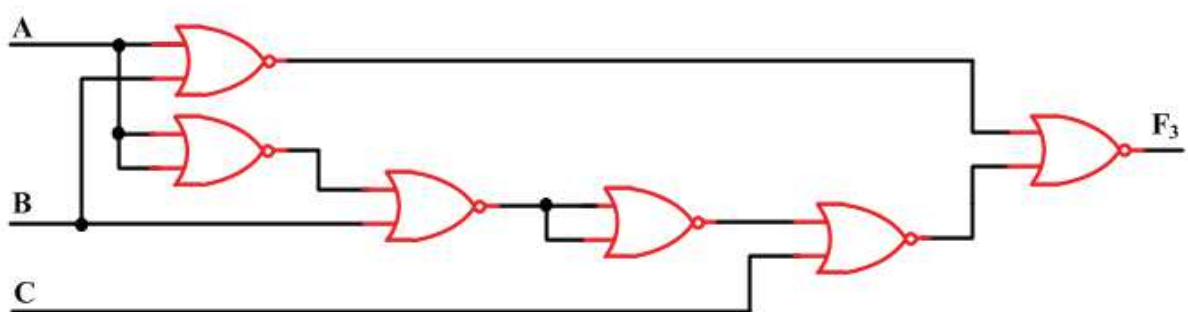
$$= (\overline{A + B}) \downarrow (\overline{\bar{A} + B + C})$$

$$= (A \downarrow B) \downarrow [(\bar{A} + B) \downarrow C]$$

$$= (A \downarrow B) \downarrow [[(\bar{A} \downarrow B) \downarrow 0] \downarrow C]$$

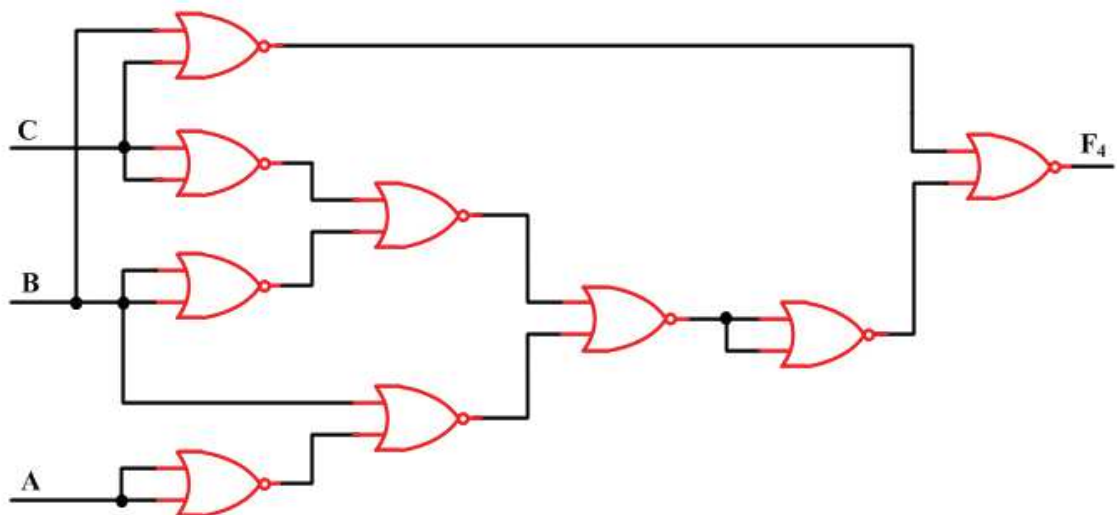
$$= (A \downarrow B) \downarrow [([(A \downarrow A) \downarrow B] \downarrow 0) \downarrow C]$$

$$F_3 = (A \downarrow B) \downarrow [([(A \downarrow A) \downarrow B] \downarrow 0) \downarrow C]$$



$$\begin{aligned}
 F_4 &= (B + C).(\bar{A} + B).(\bar{B} + \bar{C}) \\
 &= (B + C).[(\bar{A} + B).(\bar{B} + \bar{C})] \\
 &= (\bar{B} + \bar{C}) \downarrow [(\bar{A} + B).(\bar{B} + \bar{C})] \\
 &= (B \downarrow C) \downarrow [(\bar{A} + B) + (\bar{B} + \bar{C})] \\
 &= (B \downarrow C) \downarrow [(\bar{A} \downarrow B) \downarrow (\bar{B} \downarrow \bar{C})] \downarrow 0 \\
 &= (B \downarrow C) \downarrow [((A \downarrow A) \downarrow B) \downarrow ((B \downarrow B) \downarrow (C \downarrow C))] \downarrow 0
 \end{aligned}$$

$$F_4 = (B \downarrow C) \downarrow [((A \downarrow A) \downarrow B) \downarrow ((B \downarrow B) \downarrow (C \downarrow C))] \downarrow 0$$



Exercice N°6

1. Equation logique de S en fonction de A, B et C :

$$S = \bar{A}BC + AB\bar{C} + ABC$$

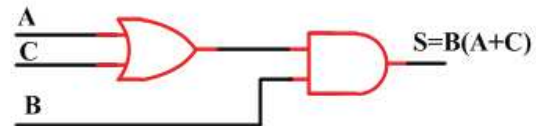
2. Table de vérité :

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

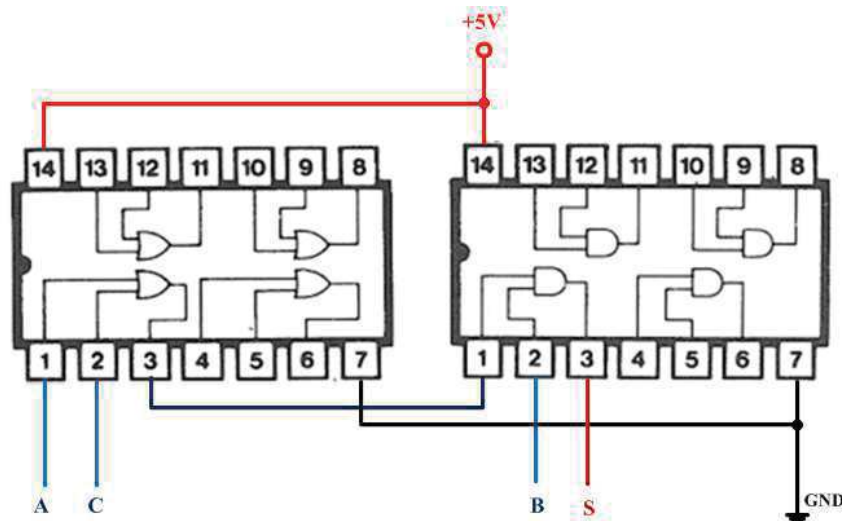
3. Logigramme simplifié :

$$\begin{aligned}
 S &= \bar{A}BC + AB\bar{C} + ABC \\
 &= \bar{A}BC + AB(\bar{C} + C) \\
 &= \bar{A}BC + AB \\
 &= B(\bar{A}C + A) \\
 &= B(A + \bar{A}C) \\
 &= B(A + C)
 \end{aligned}$$

$$S = B(A + C)$$



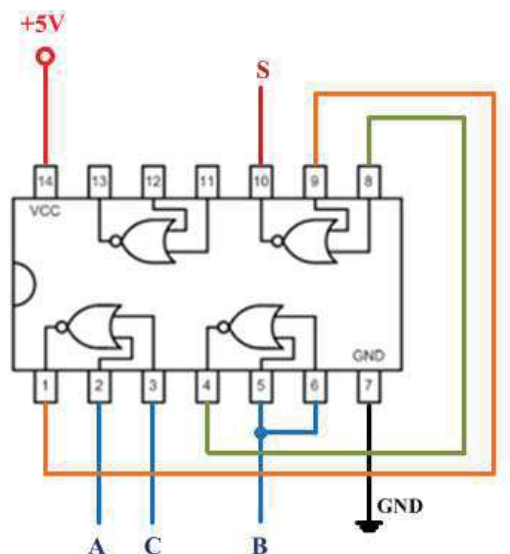
4. Schéma de réalisation de la fonction S en utilisant des circuits intégrés 7408 (AND) et 7432 (OR).



5. Réalisation en utilisant un circuit intégré du type 7402 (NOR).

$$\begin{aligned}
 S &= B(A + C) \\
 &= \bar{B} \downarrow (\overline{A + C}) \\
 &= (B \downarrow B) \downarrow (A \downarrow C)
 \end{aligned}$$

$$S = (B \downarrow B) \downarrow (A \downarrow C)$$



Corrigé du TD3

$+ B + C + \bar{D}). (A + \bar{B} + C + D). (A + \bar{B} + \bar{C} + D). (\bar{A} + \bar{B} + C + D). (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + D).$

F_5

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	0	1	1
	01	0	1	1	0
	11	0	1	1	0
	10	1	1	1	1

$F_5 = \bar{A}\bar{B} + \bar{B}\bar{D} + BD + CD$

$F_5 = \bar{A}\bar{B} + \bar{B}\bar{D} + BD + CD$

Exercice N°1

- Première forme canonique : Somme de mintermes.
- Deuxième forme canonique : Produit de maxtermes.

$$F_1(A, B, C) = \Sigma_m(1, 2, 4) = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C}$$

$$F_1(A, B, C) = \Pi_M(0, 3, 5, 6, 7) = (A + B + C)(A + \bar{B} + \bar{C})(\bar{A} + B + \bar{C})(\bar{A} + \bar{B} + C)(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$$

$$F_2(A, B, C, D) = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D \\ + ABC\bar{D}$$

$$F_2(A, B, C, D) = \Pi_M(2, 4, 8, 9, 10, 11, 15) \\ = (A + B + \bar{C} + D)(A + \bar{B} + C + D)(\bar{A} + B + C + D)(\bar{A} + B + C + \bar{D}) \\ (\bar{A} + B + \bar{C} + D)(\bar{A} + B + \bar{C} + \bar{D})(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D})$$

$$F_3(A, B, C) = \Pi_M(0, 2, 4, 6, 7) = (A + B + C)(A + \bar{B} + C)(\bar{A} + B + C)(\bar{A} + \bar{B} + C)(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$$

$$F_3(A, B, C) = \Sigma_m(1, 3, 5) = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C}$$

$$F_4(A, B, C) = \bar{A}B + A\bar{C} + ABC = \bar{A}B(C + \bar{C}) + A\bar{C}(B + \bar{B}) + ABC \\ = \bar{A}BC + \bar{A}B\bar{C} + ABC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C \\ = \bar{A}BC + \bar{A}B\bar{C} + ABC + A\bar{B}\bar{C} \\ = \Sigma_m(3, 1, 6, 4)$$

$$F_4(A, B, C) = \Pi_M(0, 2, 5, 7) = (A + B + C)(A + \bar{B} + C)(\bar{A} + B + \bar{C})(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$$

$$F_5(A, B, C) = (A + B)(A + \bar{B} + \bar{C}) = (A + B + C)(A + B + \bar{C})(A + \bar{B} + \bar{C}) \\ = \Pi_M(0, 1, 3)$$

$$F_5(A, B, C) = \Sigma_m(2, 4, 5, 6, 7) = \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + ABC$$

$$F_6(A, B, C, D) = \bar{A}B + A\bar{B}C + ABC\bar{D} = \bar{A}B(\bar{C}\bar{D} + \bar{C}D + C\bar{D} + CD) + A\bar{B}C(D + \bar{D}) + ABC\bar{D} \\ = \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + A\bar{B}CD + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + ABC\bar{D} \\ \Sigma_m(4, 5, 6, 7, 11, 10, 12)$$

$$F_6(A, B, C, D) = \Pi_M(0, 1, 2, 3, 8, 9, 13, 14, 15) = (A + B + C + D)(A + B + C + \bar{D}) \\ (A + B + \bar{C} + D)(A + B + \bar{C} + \bar{D})(\bar{A} + B + C + D)(\bar{A} + B + C + \bar{D}) \\ (\bar{A} + \bar{B} + C + \bar{D})(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + D)(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D})$$

Exercice N°2

$$\begin{aligned}
 F_1 &= AB\bar{C} + A\bar{C}D + A\bar{B}D + ABC \\
 &= AB(\bar{C} + C) + AD(\bar{C} + \bar{B}) \\
 &= A(B + \bar{B}D + D\bar{C}) \\
 &= A(B + D + D\bar{C}) \\
 &= A(B + D)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_2 &= \bar{A} + \bar{B}C + \overline{B + CD} \\
 &= \bar{A} + \bar{B}C + \bar{B}(\bar{C} + \bar{D}) \\
 &= \bar{A} + \bar{B}(C + \bar{C} + \bar{D}) \\
 &= \bar{A} + \bar{B}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_3 &= ABC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} \\
 &= AB(C + \bar{C}) + A\bar{B}(C + \bar{C}) \\
 &= A(B + \bar{B}) \\
 &= A
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_4 &= (A + CD)(B + \bar{C} + \bar{D})(A + B) \\
 &= (A + CD)(B + \bar{C}\bar{D})(A + B) \\
 &= (A + CD)(B + \bar{C}\bar{D}) \\
 &= AB + A(\bar{C}\bar{D}) + BCD \\
 &= A(\bar{C} + \bar{D}) + BCD
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_5 &= AB + (A \oplus B) \\
 &= AB + \bar{A}B + A\bar{B} \\
 &= A(B + \bar{B}) + \bar{A}B \\
 &= A + B
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_6 &= (A + B)(A \odot B) \\
 &= (A + B)(\bar{A}\bar{B} + AB) \\
 &= (A + B)(AB) \\
 &= AB
 \end{aligned}$$

Exercice N°3

$$F_1(A, B, C) = \Sigma_m(0, 2, 4, 5, 6)$$

		BC			
		00	01	11	10
A	0	1	0	0	1
	1	1	1	0	1

$$F_1 = A\bar{B} + \bar{C}$$

$$F_2(A, B, C, D) = \Sigma_m(2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 13, 14)$$

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	0	0	1	1
	01	0	1	1	1
	11	0	1	0	1
	10	0	1	1	1

$$F_2 = A\bar{B}D + \bar{B}\bar{C}D + \bar{A}C + C\bar{D}$$

$$F_3(A, B, C, D)$$

$$= \Sigma_m(1, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 13, 15)$$

	CD			
	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	1	1	1	1
11	1	1	1	0
10	1	0	0	1

F_3

$$F_3 = A\bar{B}\bar{D} + A\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B + \bar{A}\bar{C}D + BD$$

$$F_4(A, B, C, D) = \Pi_M(0, 2, 3, 8, 11, 12, 14)$$

	CD			
	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	1	1	1	1
11	0	1	1	0
10	0	1	0	1

F_4

$$F_4 = \bar{A}B + BD + \bar{C}D + A\bar{B}C\bar{D}$$

$$F_5(A, B, C, D, E) = \Sigma_m(1, 6, 9, 11, 13, 17, 19, 27, 29)$$

	CDE							
	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	1	0	0	1	0	0	0
01	0	1	1	0	0	0	1	0
11	0	0	1	0	0	0	1	0
10	0	1	1	0	0	0	0	0

F_5

$$F_5 = \bar{A}B\bar{C}E + \bar{A}\bar{C}DE + B\bar{C}DE + \bar{A}B\bar{C}D\bar{E} + B\bar{C}D\bar{E}$$

Exercice N°4

$$F_1 = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C$$

$$= \Sigma_m(0, 4, 6)$$

$$F_2 = (A + B + C).(\bar{A} + \bar{B} + C).(\bar{A} + B + C)$$

$$= \Pi_M(0, 4, 6)$$

		BC			
		00	01	11	10
A	0	1	0	0	0
	1	1	0	0	1

F_1

$$F_1 = A\bar{C} + \bar{B}\bar{C}$$

$$F_3 = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D \\ + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D \\ + \bar{A}\bar{B}CD$$

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	0	1	1
	01	0	0	0	0
	11	0	0	0	0
	10	1	1	1	1

F_3

$$F_3 = \bar{B}\bar{D} + A\bar{B} + \bar{B}C$$

		BC			
		00	01	11	10
A	0	0	1	1	1
	1	0	1	1	0

F_2

$$F_2 = \bar{A}B + C$$

$$F_4 = \bar{A}\bar{B}CD + ACD + \bar{A}\bar{C}D$$

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	0	1	1	0
	01	0	1	0	0
	11	0	0	1	0
	10	0	0	1	0

F_4

$$F_4 = ACD + \bar{A}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}D$$

$$F_5 = (A + B + C + \bar{D}).(A + \bar{B} + C + D).(A + \bar{B} + \bar{C} + D).(\bar{A} + \bar{B} + C + D).(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + D)$$

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	0	1	1
	01	0	1	1	0
	11	0	1	1	0
	10	1	1	1	1

F_5

$$F_5 = A\bar{B} + \bar{B}\bar{D} + \bar{B}D + CD$$

Exercice N°5

$$F_1(W, X, Y, Z) = \Sigma_m(1, 7, 11, 13) + \Sigma_d(0, 5, 10, 15)$$

		YZ			
		00	01	11	10
WX	00	ϕ	1	0	0
	01	0	ϕ	1	0
	11	0	1	ϕ	0
	10	0	0	1	ϕ

F_1

$$F_1 = \bar{W}\bar{Y}Z + XZ + WYZ$$

$$F_2(W, X, Y, Z) = \Sigma_m(1, 3, 7, 9) + \Sigma_d(6, 12, 13)$$

		YZ			
		00	01	11	10
WX	00	0	1	1	0
	01	0	0	1	ϕ
	11	ϕ	ϕ	0	0
	10	0	1	0	0

F_2

$$F_2 = \bar{X}\bar{Y}Z + \bar{W}YZ$$

$$F_3(X, Y, Z) = \Sigma_m(2, 3, 4, 6, 7) + \Sigma_d(1, 5)$$

		YZ			
		00	01	11	10
X	0	0	ϕ	1	1
	1	1	ϕ	1	1

F_3

$$F_3 = X + Y$$

$$F_4(A, B, C, D) = \Sigma_m(0, 4, 8, 9, 11, 13) + \Sigma_d(2, 3, 7, 10, 12)$$

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	0	ϕ	ϕ
	01	1	0	ϕ	0
	11	ϕ	ϕ	0	0
	10	1	1	1	ϕ

F_4

$$F_4 = \bar{C}\bar{D} + A\bar{B} + A\bar{C}$$

$$F_5(A, B, C, D) = \Pi_M(1, 3, 4, 6, 7, 9) + \Sigma_d(5, 10, 11, 12)$$

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	0	0	1
	01	0	ϕ	0	0
	11	ϕ	1	1	1
	10	1	0	ϕ	ϕ

F_5

$$F_5 = AB + \bar{B}\bar{D}$$

Exercice N°6

1. Première forme canonique de F.

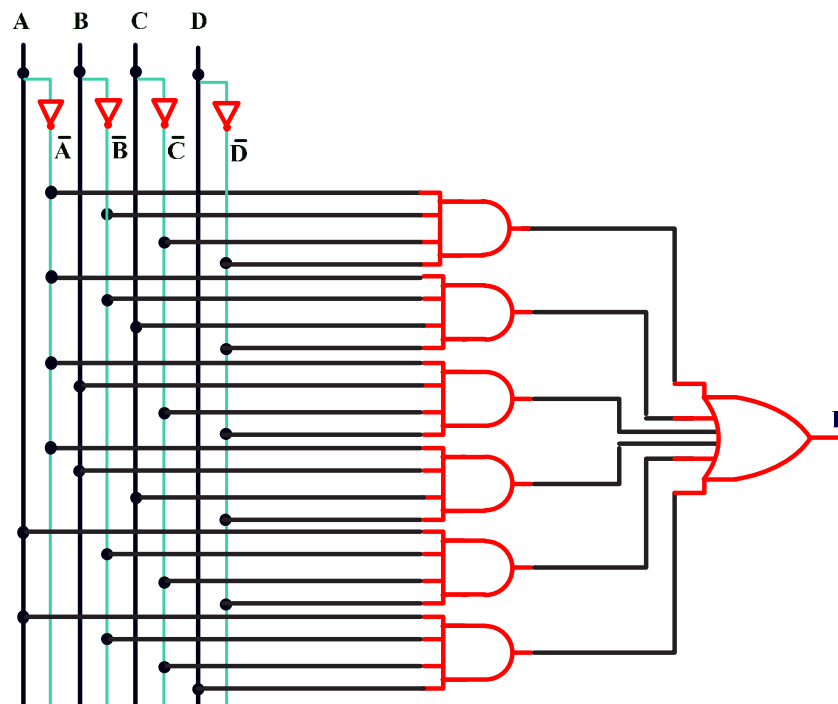
$$F = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}BC\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D}$$

2. Deuxième forme canonique de F.

$$F = (A + B + C + \bar{D})(A + B + \bar{C} + \bar{D})(A + \bar{B} + C + \bar{D})(A + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D}).(\bar{A} + B + C + \bar{D})(\bar{A} + B + \bar{C} + \bar{D})(\bar{A} + \bar{B} + C + \bar{D})(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D}).(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D})$$

3. Logigramme

Dans ce cas la première forme est la plus simple



4. Simplification graphique de F.

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	0	0	1
	01	1	0	0	1
	11	0	0	0	0
	10	1	0	0	1
					F

$$F = \overline{A}\overline{D} + \overline{B}\overline{D} = \overline{D}(\overline{A} + \overline{B})$$

5. Logigramme à base de portes NOR

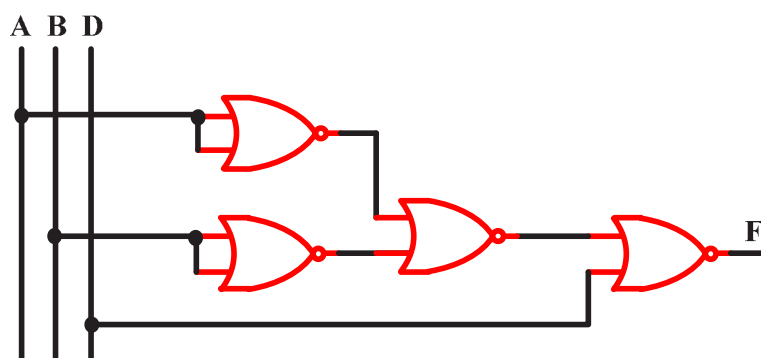
$$F = \overline{D}(\overline{A} + \overline{B})$$

$$F = \overline{\overline{D}(\overline{A} + \overline{B})}$$

$$F = \overline{D} + \overline{(\overline{A} + \overline{B})}$$

$$F = D \downarrow (\overline{A} \downarrow \overline{B})$$

$$F = D \downarrow ((A \downarrow A) \downarrow (B \downarrow B))$$

Exercice N°7

1. Première forme canonique de F.

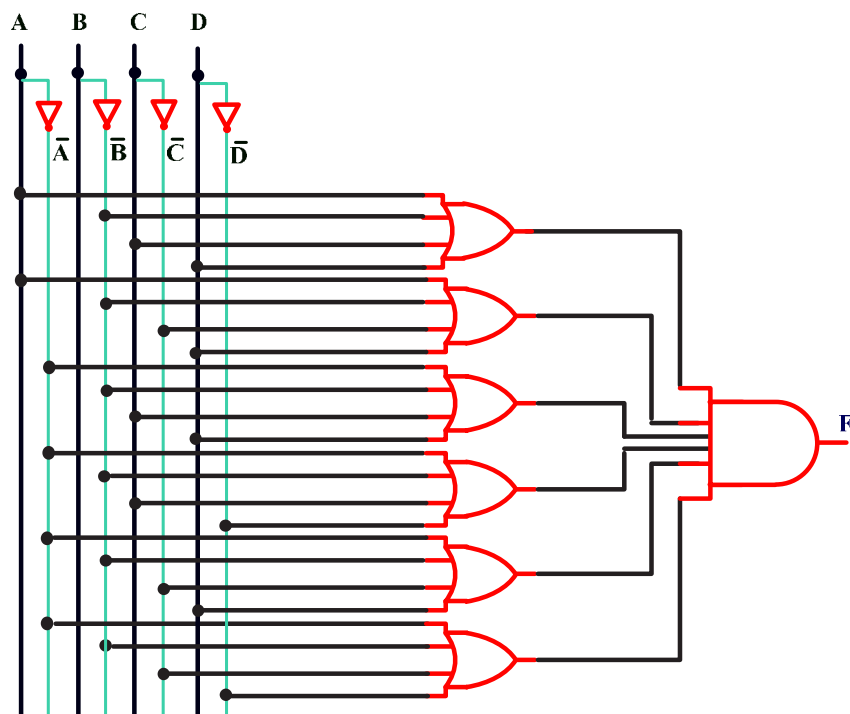
$$F = \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\overline{B}CD + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}BC\overline{D} + \overline{A}BCD + A\overline{B}\overline{C}\overline{D} + A\overline{B}\overline{C}D + A\overline{B}C\overline{D} + A\overline{B}CD + AB\overline{C}\overline{D} + AB\overline{C}D + ABC\overline{D} + ABCD$$

2. Deuxième forme canonique de F.

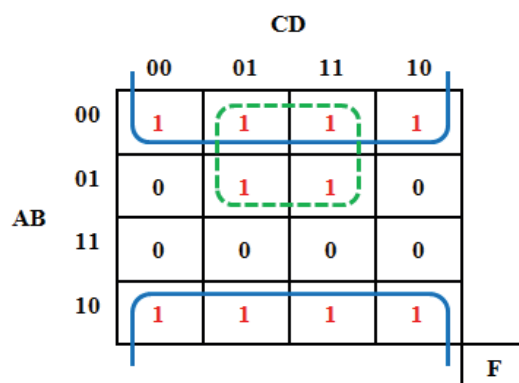
$$F = (A + \bar{B} + C + D)(A + \bar{B} + \bar{C} + D)(\bar{A} + \bar{B} + C + D)(\bar{A} + \bar{B} + C + \bar{D})(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + D).(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D})$$

3. Logigramme

Dans ce cas la deuxième forme est la plus simple



4. Simplification graphique de F.



$$F = \bar{B} + \bar{A}D$$

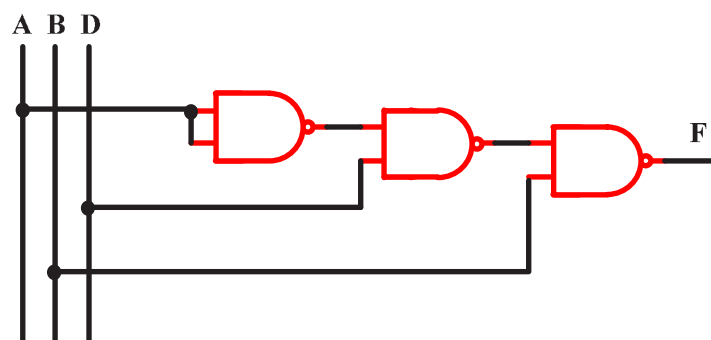
5. Logigramme à base de portes NAND

$$F = \overline{\overline{B} + \overline{A}D}$$

$$F = \overline{B \cdot (\overline{A} \cdot D)}$$

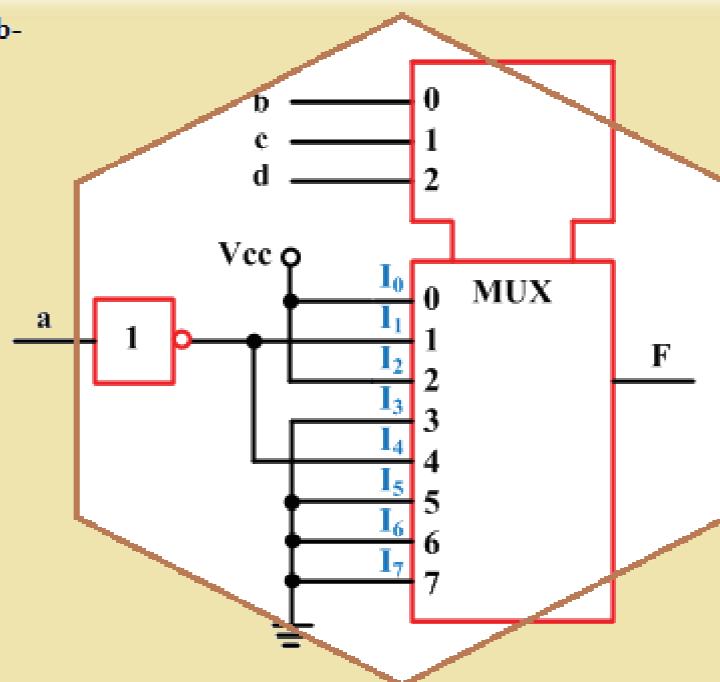
$$F = B | (\overline{A} | D)$$

$$F = B | ((A | A) | D)$$



Corrigé du TD4

b-



Ce circuit comporte *un multiplexeur 8 vers 1* et une *porte NON*. On peut établir sa table de vérité puis en déduire l'équation de la sortie F .

d	c	b	F
0	0	0	$I_0 = 1$
0	0	1	$I_1 = \bar{a}$
0	1	0	$I_2 = 1$
0	1	1	$I_3 = 0$
1	0	0	$I_4 = \bar{a}$
1	0	1	$I_5 = 0$
1	1	0	$I_6 = 0$
1	1	1	$I_7 = 0$

Exercice N°1**1. Table de vérité**

	P	L	W	H	A	B	C
0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	1
2	0	0	1	0	0	0	1
3	0	0	1	1	0	0	1
4	0	1	0	0	0	0	1
5	0	1	0	1	0	0	1
6	0	1	1	0	0	0	1
7	0	1	1	1	0	1	0
8	1	0	0	0	0	1	0
9	1	0	0	1	0	1	0
10	1	0	1	0	0	1	0
11	1	0	1	1	1	0	0
12	1	1	0	0	0	1	0
13	1	1	0	1	1	0	0
14	1	1	1	0	1	0	0
15	1	1	1	1	1	0	0

2. Equations simplifiées des sorties

$$A(P, L, W, H) = \Sigma_m(11, 13, 14, 15)$$

		WH			
		00	01	11	10
PL	00	0	0	0	0
	01	0	0	0	0
	11	0	1	1	1
	10	0	0	1	0

A

$$A = \text{PLH} + \text{PLW} + \text{PWH}$$

$$B(P, L, W, H) = \Sigma_m(7, 8, 9, 10, 12)$$

		WH			
		00	01	11	10
PL	00	0	0	0	0
	01	0	0	1	0
	11	1	0	0	0
	10	1	1	0	1

B

$$B = \overline{\text{P}}\text{LWH} + \text{P}\overline{\text{W}}\overline{\text{H}} + \text{P}\overline{\text{L}}\overline{\text{W}} + \text{P}\overline{\text{L}}\overline{\text{H}}$$

$$C(P, L, W, H) = \Sigma_m(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6)$$

		WH			
		00	01	11	10
PL	00	1	1	1	1
	01	1	1	0	1
	11	0	0	0	0
	10	0	0	0	0

C

$$C = \overline{\text{P}}\overline{\text{L}} + \overline{\text{P}}\overline{\text{W}} + \overline{\text{P}}\overline{\text{H}}$$

3. Logigramme à l'aide de 2 circuits intégrés contenant 3 portes NAND à 3 entrées et de 1 circuit intégré contenant 4 NOR à 2 entrées.

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad A &= PLH + PLW + PWH \\
 &= \overline{\overline{PLW} + \overline{PLH} + \overline{PWH}} \\
 &= \overline{\overline{PLW} \cdot \overline{PLH} \cdot \overline{PWH}} \\
 &= (P|L|W)|(P|L|H)|(P|W|H)
 \end{aligned}$$

$$A = (P|L|W)|(P|L|H)|(P|W|H)$$

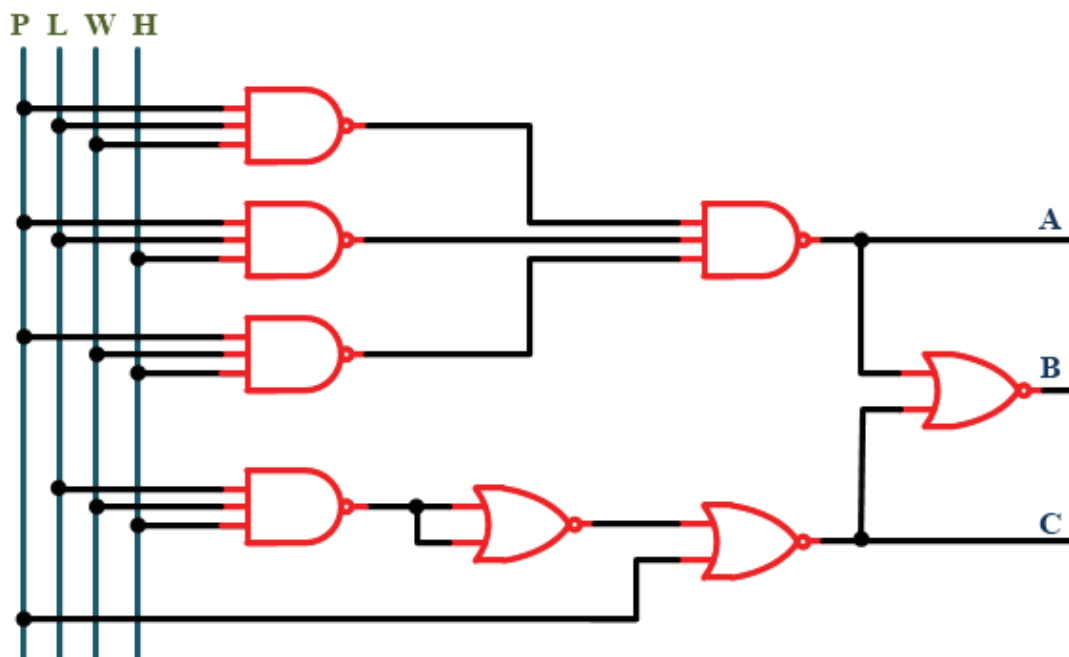
- D'après la table de vérité on remarque que lorsque B=1 on a A=C=0. On peut donc écrire :

$$B = A \downarrow C$$

$$B = \bar{A} \cdot \bar{C} = A \downarrow C$$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad C &= \bar{P}\bar{L} + \bar{P}\bar{W} + \bar{P}\bar{H} \\
 &= \bar{P}(\bar{L} + \bar{W} + \bar{H}) \\
 &= \overline{\overline{\bar{P}(\bar{L} + \bar{W} + \bar{H})}} \\
 &= \overline{P + (LWH)} \\
 &= P \downarrow (LWH) \\
 &= P \downarrow \overline{(L|W|H)} \\
 &= P \downarrow ((L|W|H) \downarrow 0)
 \end{aligned}$$

$$C = P \downarrow ((L|W|H) \downarrow 0)$$



Exercice N°2

Pour simplifier la synthèse on ne tient pas compte au début de l'entrée **Ein**.

1. Table de vérité

	E_3	E_2	E_1	E_0	E_{out}	S_1	S_0
0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0
2	0	0	1	0	0	0	1
3	0	0	1	1	0	0	1
4	0	1	0	0	0	1	0
5	0	1	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0	1	0
7	0	1	1	1	0	1	0
8	1	0	0	0	0	1	1
9	1	0	0	1	0	1	1
10	1	0	1	0	0	1	1
11	1	0	1	1	0	1	1
12	1	1	0	0	0	1	1
13	1	1	0	1	0	1	1
14	1	1	1	0	0	1	1
15	1	1	1	1	0	1	1

2. Equations simplifiées des sorties

$$E_{out} = \bar{E}_3 \bar{E}_2 \bar{E}_1 \bar{E}_0$$

		$E_1 E_0$			
		00	01	11	10
$E_3 E_2$	00	0	0	1	1
	01	0	0	0	0
	11	1	1	1	1
	10	1	1	1	1

S_0

$$S_0 = E_3 + E_2 E_1$$

		$E_1 E_0$			
		00	01	11	10
$E_3 E_2$	00	0	0	0	0
	01	1	1	1	1
	11	1	1	1	1
	10	1	1	1	1

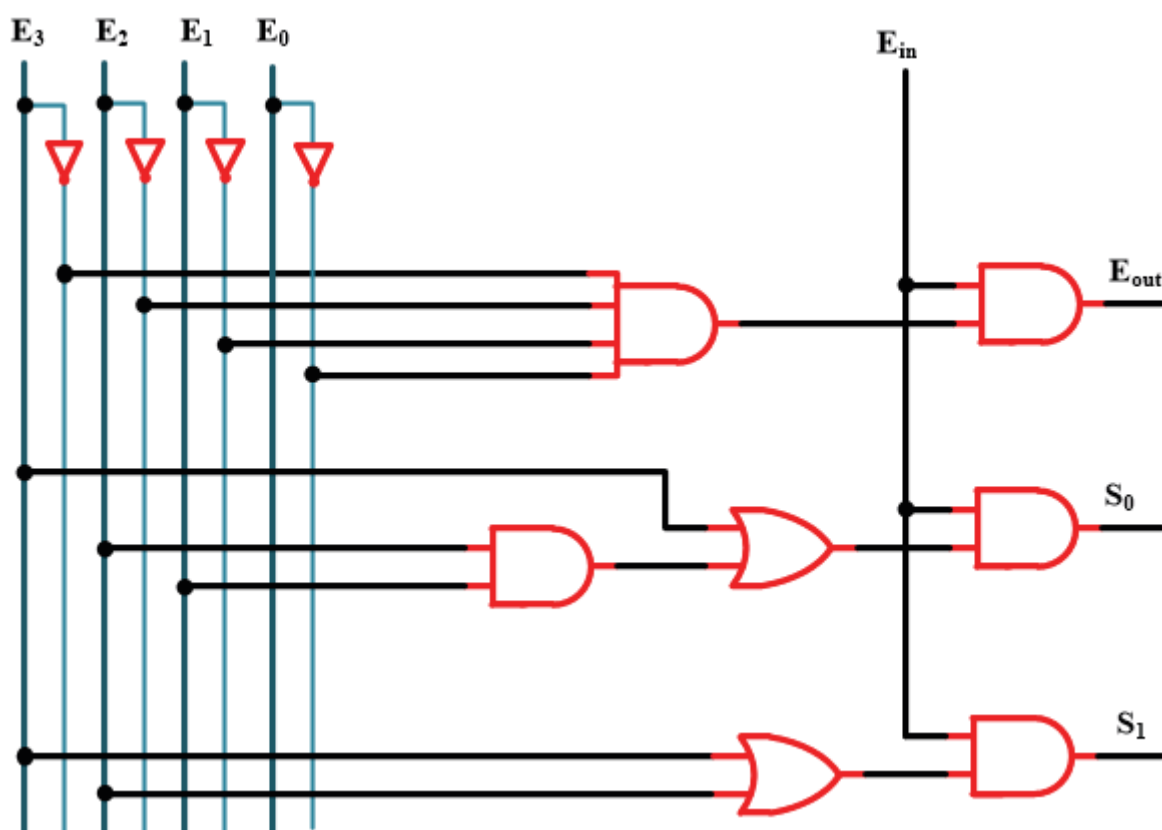
S_1

$$S_1 = E_3 + E_2$$

En tenant compte de l'entrée E_{in} , les équations des sorties deviennent :

$S_0 = E_{in}(E_3 + E_2E_1)$	$S_1 = E_{in}(E_3 + E_2)$	$E_{out} = E_{in}\bar{E}_3\bar{E}_2\bar{E}_1\bar{E}_0$
------------------------------	---------------------------	--

3. Schéma logique



Exercice N°3

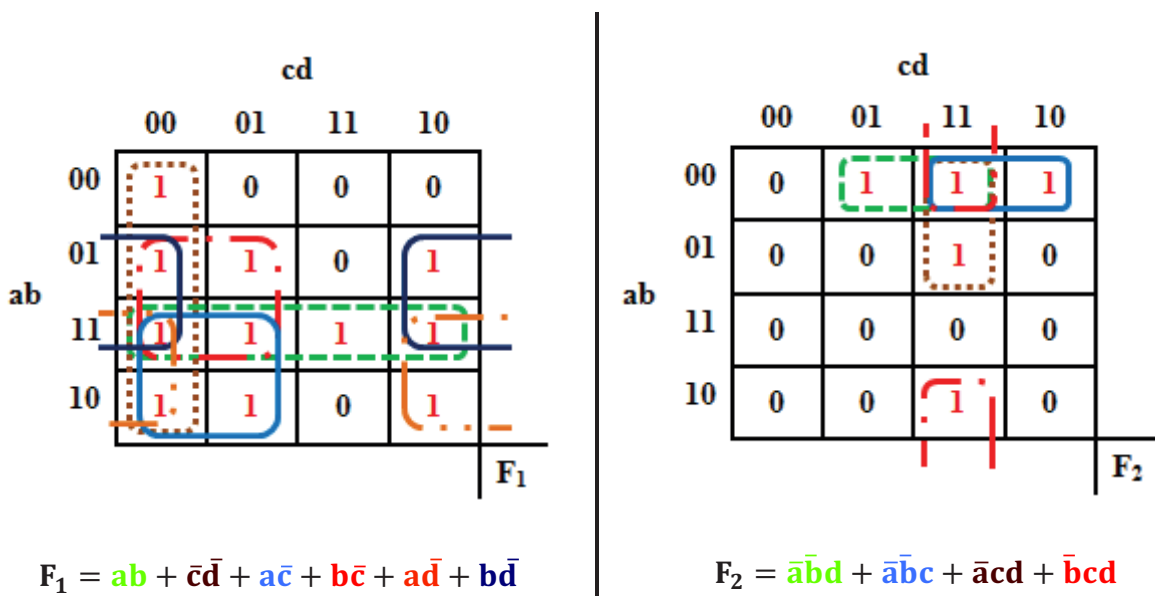
1. Table de vérité

	a	b	c	D	F ₁	F ₂
0	0	0	0	0	1	0
1	0	0	0	1	0	1
2	0	0	1	0	0	1
3	0	0	1	1	0	1
4	0	1	0	0	1	0
5	0	1	0	1	1	0
6	0	1	1	0	1	0
7	0	1	1	1	0	1
8	1	0	0	0	1	0
9	1	0	0	1	1	0
10	1	0	1	0	1	0
11	1	0	1	1	0	1
12	1	1	0	0	1	0
13	1	1	0	1	1	0
14	1	1	1	0	1	0
15	1	1	1	1	1	0

2. Expressions des sorties sous forme de somme de produits (première forme canonique) :

$$F_1 = \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d} + \bar{a}b\bar{c}\bar{d} + \bar{a}b\bar{c}d + \bar{a}b\bar{c}\bar{d} + \bar{a}b\bar{c}d + \bar{a}b\bar{c}\bar{d} + \bar{a}b\bar{c}d + \bar{a}b\bar{c}\bar{d} + \bar{a}b\bar{c}d + \bar{a}b\bar{c}\bar{d} + \bar{a}b\bar{c}d + \bar{a}b\bar{c}\bar{d} + \bar{a}b\bar{c}d + \bar{a}b\bar{c}\bar{d} + \bar{a}b\bar{c}d$$

$$F_2 = \bar{a}\bar{b}\bar{c}d + \bar{a}\bar{b}c\bar{d} + \bar{a}\bar{b}cd + \bar{a}\bar{b}c\bar{d} + \bar{a}\bar{b}cd$$

3. Simplification graphique des expressions de F₁ et F₂.

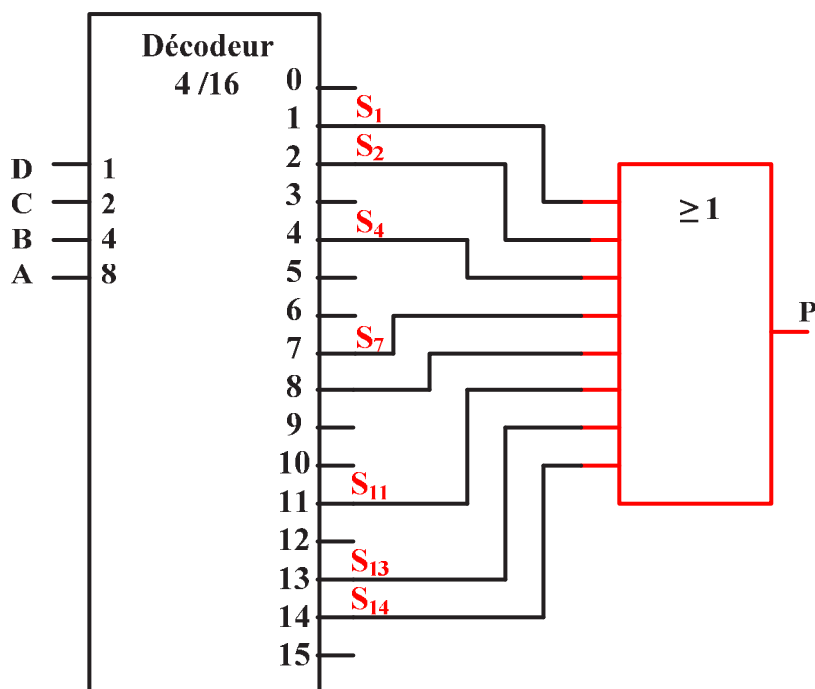
Exercice N°4

1. Table de vérité

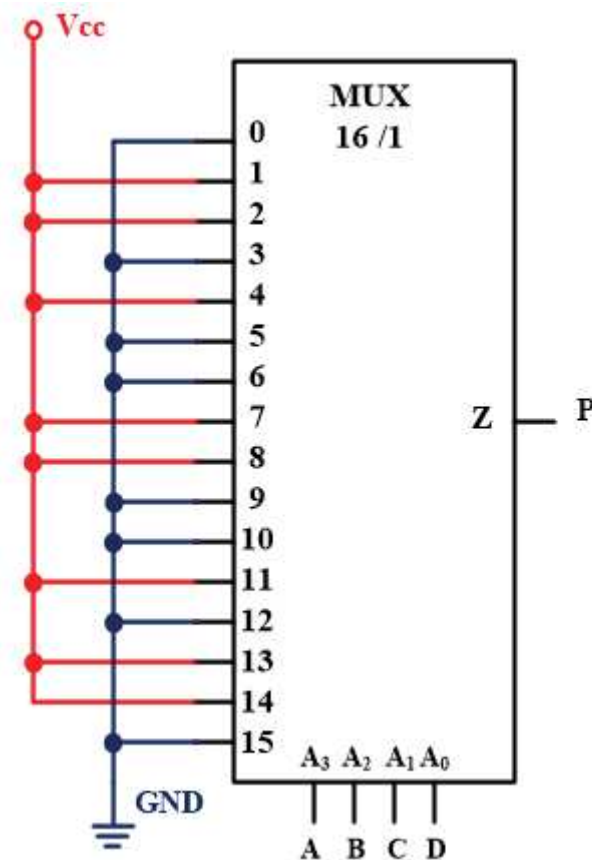
	A	B	C	D	P
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	0

2. Schéma de réalisation de la fonction **P** à base d'un décodeur 4 vers 16.

$$P(A,B,C,D) = \Sigma_m(1,2,4,7,8,11,13,14) = S_1 + S_2 + S_4 + S_7 + S_{11} + S_{13} + S_{14}$$



3. Schéma de réalisation de la fonction **P** à base d'un multiplexeur 16 vers 1.



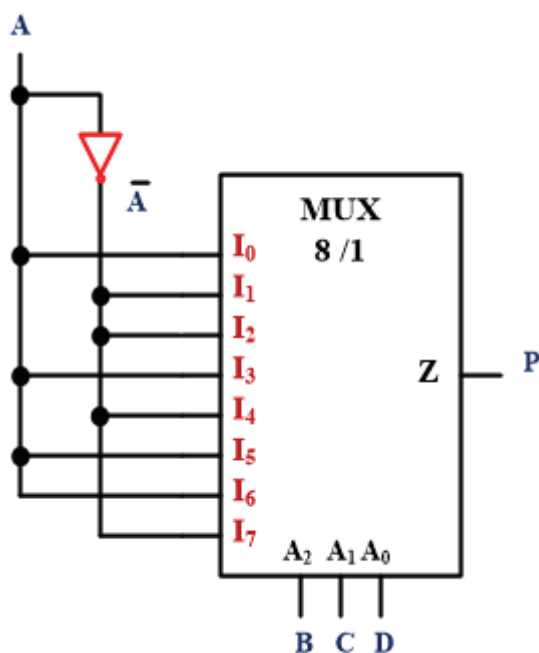
4. Schéma de réalisation de la fonction **P** à base d'un multiplexeur 8 vers 1.

On choisit les 3 variables **BCD** comme entrées de sélection (d'adresse) pour le multiplexeur 8 vers 1 et on détermine les valeurs de ses 8 entrées (**I₀ à I₇**) en fonction de la variable d'entrée du plus fort poids (**A**) de la façon suivante :

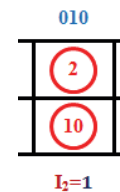
On représente le tableau ci-dessous (Attention, il ne s'agit pas d'un tableau de Karnaugh).

- Chaque case du tableau correspond à une ligne de la table de vérité (16 lignes : 0 à 15 dans notre cas).
- On entoure par un cercle les chiffres pour lesquels la fonction est à l'état 1 : $P(A,B,C,D) = \Sigma_m(1,2,4,7,8,11,13,14)$.
- On détermine ensuite les valeurs que doivent les entrées du multiplexeur, par exemple : $I_0 = A$ car le chiffre ⑧ se trouve sur la ligne A, l'entrée $I_1 = \bar{A}$ car le chiffre ① se trouve sur la ligne $\bar{A}$...

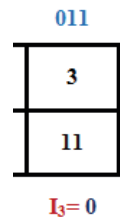
		BCD							
		000	001	010	011	100	101	110	111
A	0($\bar{A}$)	0	1	2	3	4	5	6	7
	1(A)	8	9	10	11	12	13	14	15
		$I_0 = A$	$I_1 = \bar{A}$	$I_2 = \bar{A}$	$I_3 = A$	$I_4 = \bar{A}$	$I_5 = A$	$I_6 = A$	$I_7 = \bar{A}$

Remarque :

- Si sur la même colonne on a deux états 1 de la fonction alors l'entrée du multiplexeur correspondante est égale à 1.



- Si sur la même colonne on a deux états 0 de la fonction alors l'entrée du multiplexeur correspondante est égale à 0

Exercice N°5

1. Synthèse du comparateur 1 bit.

a- Table de vérité :

xi	yi	Si	Ii	Ei
0	0	0	0	1
0	1	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	1

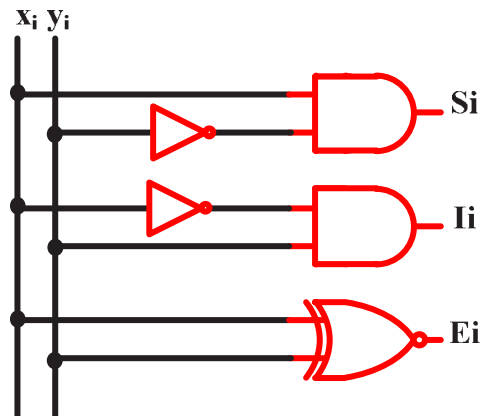
b- Equations des sorties :

$$S = x_i \bar{y}_i$$

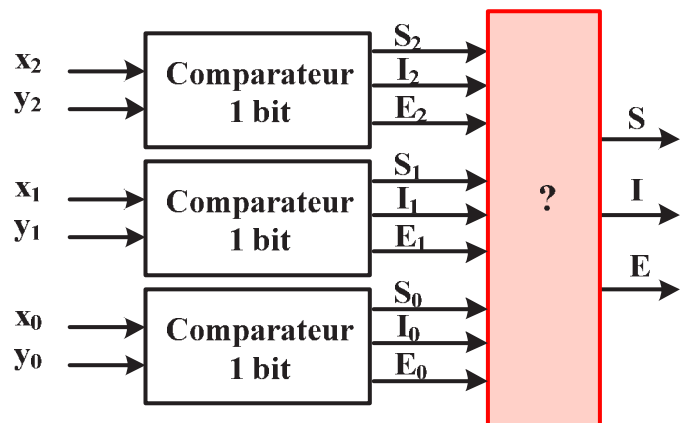
$$I = \bar{x}_i y_i$$

$$E = \bar{x}_i \bar{y}_i + x_i y_i = \overline{x_i \oplus y_i}$$

c- Logigramme :



2. On réalise le comparateur de deux nombres binaires à trois bits $X=X_2X_1X_0$ et $Y=Y_2Y_1Y_0$, à base de trois comparateurs 1 bit comme l'indique la figure ci-contre. Pour cela, on détermine les expressions des sorties S , I et E en fonctions des sorties des 3 comparateurs 1 bit $S_2, I_2, E_2, S_1, I_1, E_1, S_0, I_0$ et E_0 .



a- Expressions logiques des sorties S , I et E

➤ $X > Y$ ($S=1$) si :

- $x_2 > y_2$ ($S_2=1$)
- ou $x_2 = y_2$ ($E_2=1$) et $x_1 > y_1$ ($S_1=1$)
- ou $x_2 = y_2$ ($E_2=1$) et $x_1 = y_1$ ($E_1=1$) et $x_0 > y_0$ ($S_0=1$)

d'où

$$S = S_2 + E_2S_1 + E_2E_1S_0$$

➤ $X < Y$ ($I=1$) si :

- $x_2 < y_2$ ($I_2=1$)
- ou $x_2 = y_2$ ($E_2=1$) et $x_1 < y_1$ ($I_1=1$)
- ou $x_2 = y_2$ ($E_2=1$) et $x_1 = y_1$ ($E_1=1$) et $x_0 < y_0$ ($I_0=1$)

d'où

$$I = I_2 + E_2I_1 + E_2E_1I_0$$

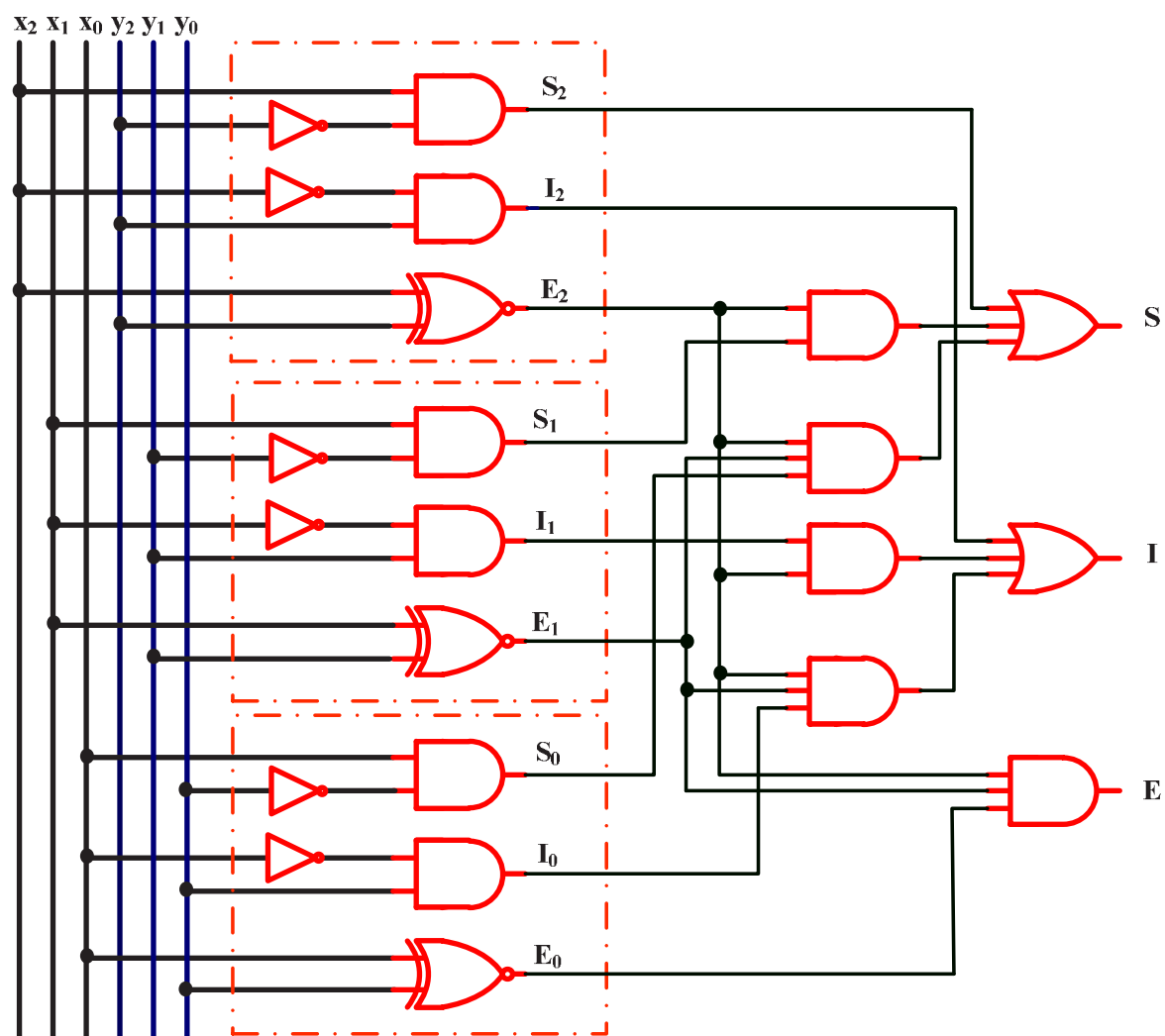
➤ $X = Y$ ($E=1$) si :

- $x_2 = y_2$ ($E_2=1$) et $x_1 = y_1$ ($E_1=1$) et $x_0 = y_0$ ($E_0=1$)

d'où

$$E = E_2E_1E_0$$

b- Schéma interne du comparateur à 3 bits.



3. Etude du transcodeur

a- Table de vérité :

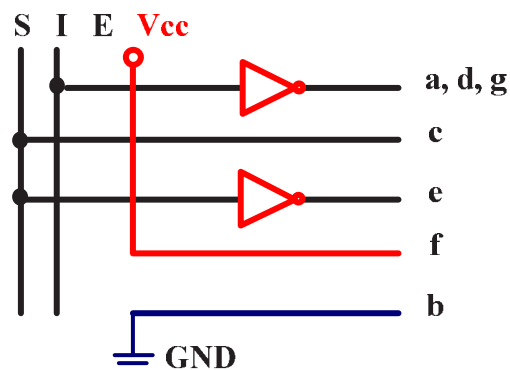
S	I	E	a	B	c	d	e	f	g
0	0	1	1	0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0	1	1	0
1	0	0	1	0	1	1	0	1	1

b- Schéma interne du transcodeur

D'après la table de vérité on déduit les équations des différentes sorties :

- $a = d = g = \bar{I}$
- $b = 0$
- $c = S$
- $e = \bar{S}$
- $f = 1$

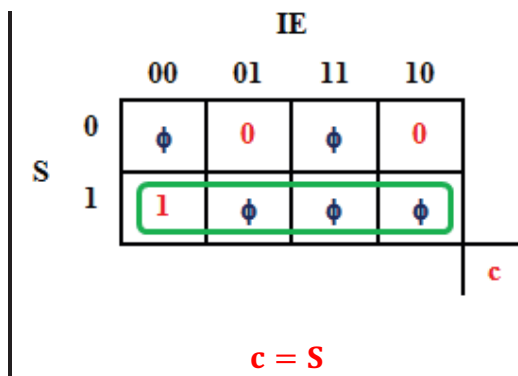
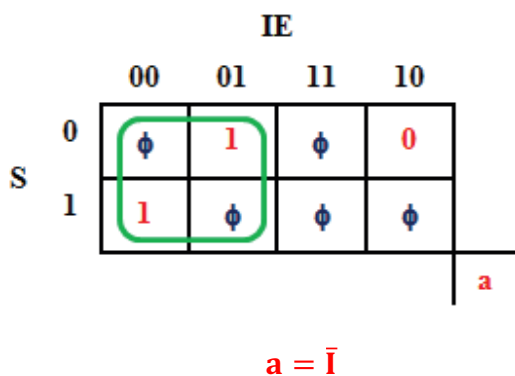
d'où le schéma interne du transcodeur :



Remarque : On peut établir la table de vérité du transcodeur de la façon suivante où chaque ϕ représente un état indéterminé de la sortie.

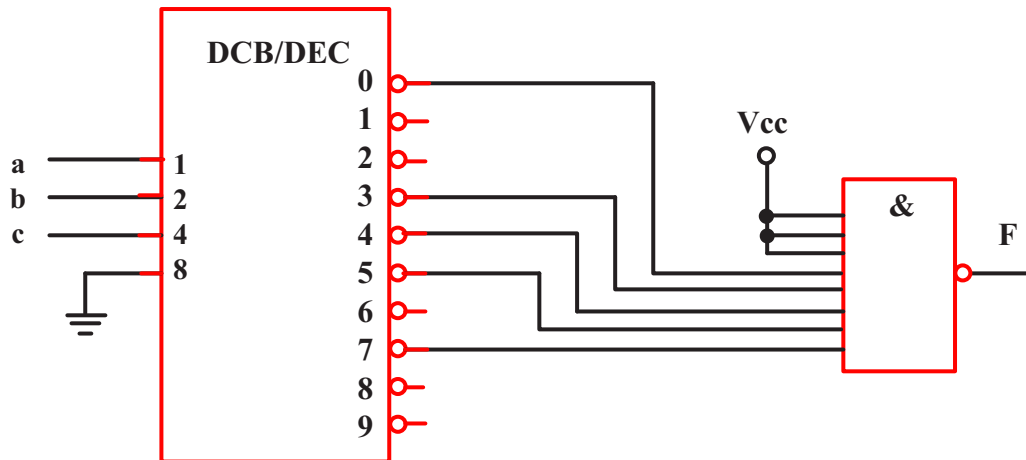
S	I	E	a	b	c	d	e	F	g
0	0	0	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
0	0	1	1	0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0	1	1	0
0	1	1	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
1	0	0	1	0	1	1	0	1	1
1	0	1	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
1	1	0	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
1	1	1	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ

D'où les équations simplifiées des sorties **a** et **c** à titre d'exemple.



Exercice N°6

a-



Ce circuit comporte *un décodeur DCB/Décimal* (DCB/DEC) dont les sorties sont actives au niveau bas et une *porte NAND à 8 entrées*.

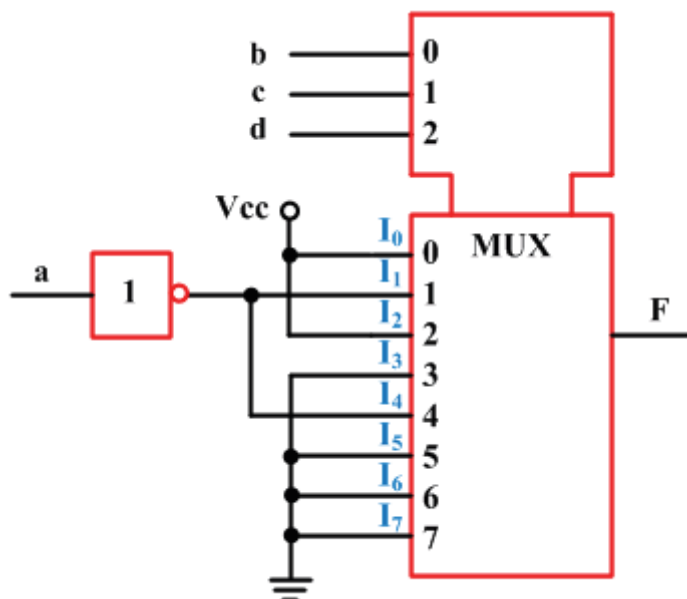
Equation de la sortie :

$$F(c, b, a) = \overline{S_0 + S_3 + S_4 + S_5 + S_7}$$

$$F(c, b, a) = S_0 + S_3 + S_4 + S_5 + S_7$$

$$F(c, b, a) = \overline{c}b\overline{a} + \overline{c}ba + c\overline{b}\overline{a} + c\overline{b}a + cba$$

b-



Ce circuit comporte *un multiplexeur 8 vers 1* et une *porte NON*. On peut établir sa table de vérité puis en déduire l'équation de la sortie F.

d	c	b	F
0	0	0	$I_0 = 1$
0	0	1	$I_1 = \overline{a}$
0	1	0	$I_2 = 1$
0	1	1	$I_3 = 0$
1	0	0	$I_4 = \overline{a}$
1	0	1	$I_5 = 0$
1	1	0	$I_6 = 0$
1	1	1	$I_7 = 0$

$$F = \bar{d}\bar{c}\bar{b}.I_0 + \bar{d}\bar{c}b.I_1 + \bar{d}c\bar{b}.I_2 + d\bar{c}\bar{b}.I_4$$

(les autres termes sont nuls

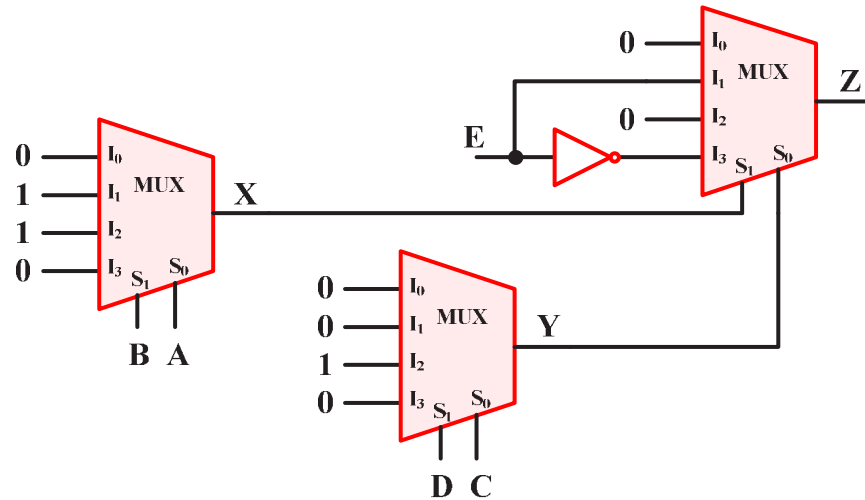
$$F = \bar{d}\bar{c}\bar{b}.1 + \bar{d}\bar{c}b.\bar{a} + \bar{d}c\bar{b}.1 + d\bar{c}\bar{b}.\bar{a}$$

car

$$F = \bar{d}\bar{c}\bar{b} + \bar{d}\bar{c}b\bar{a} + \bar{d}c\bar{b} + d\bar{c}\bar{b}\bar{a}$$

$$I_3=I_5=I_6=I_7=0)$$

c-



Ce circuit comporte *trois multiplexeurs 4 vers 1* et une *porte NON*.

Les équations des sorties intermédiaires **X** et **Y** et de la sortie finale **Z** sont :

B	A	X
0	0	$I_0 = 0$
0	1	$I_1 = 1$
1	0	$I_2 = 1$
1	1	$I_3 = 0$

$$X = \bar{B}A.I_1 + B\bar{A}.I_2 \text{ car } I_0=I_3=0$$

$$X = \bar{B}A + B\bar{A} \quad \text{car } I_1=I_2=1$$

$$X = B \oplus A$$

D	C	Y
0	0	$I_0 = 0$
0	1	$I_1 = 0$
1	0	$I_2 = 1$
1	1	$I_3 = 0$

$$Y = D\bar{C}.I_2 \text{ car } I_0=I_1=I_3=0$$

$$Y = D\bar{C} \quad \text{car } I_2=1$$

X	Y	Z
0	0	$I_0 = 0$
0	1	$I_1 = E$
1	0	$I_2 = 0$
1	1	$I_3 = \bar{E}$

$$Z = \bar{X}Y.I_1 + XY.I_3 \text{ car } I_0=I_2=0$$

$$Z = \bar{X}YE + XY\bar{E} \quad \text{car } I_1=E \text{ et } I_3=\bar{E}$$

$$Z = Y(\bar{X}E + X\bar{E}) = Y(X \oplus E)$$

D'où :

$$Z = D\bar{C}((B \oplus A) \oplus E)$$



Bibliographie et Netographie

Bibliographie

Titre	: Electronique Numérique
Auteur	: Rached Tourki
Editeur	: Centre de publication Universitaire
Année	: 2005
ISBN	: 9973-37-019-8

Titre	: Systèmes Numériques
Auteurs	: Jaccob Millman, Arvin Grabel
Editeur	: McGRAW-HILL
Année	: 1989
ISBN	: 2-7042-1182-5

Titre	: Logique Combinatoire et Technologie
Auteurs	: Marcel Gindre, Denis Roux
Editeur	: BELIN
Année	: 1984
ISBN	: 2-7011-0857-8

Titre	: Support de cours Systèmes Logiques (1)
Auteurs	: Mahmoud BEN AMARA et Kamel GAALOUL
Année	: 2015-2016

Netographie

http://www.electronique-et-informatique.fr/Electronique-et-Informatique/Digit/Data_book_TTL.php

http://www.electronique-et-informatique.fr/Electronique-et-Informatique/Digit/Data_book_CMOS.php

<http://www.technologuepro.com/cours-systemes-logiques-2-4/chapitre-3-les-compteurs.html>

Annexe

Examen Corrigé

Département Technologies de l'Informatique

EXAMEN

ECUE : Systèmes logiques

Classe(s) : L1-Info

Enseignant(s) : M. KILANI et Mme DHIAB

Documents autorisés : ☐ Oui ☒ Non

Date : 02/01/2017 Durée : 1h30mn Nombre de pages : 3

Calculatrice autorisée : ☐ Oui ☒ Non

Prière d'utiliser le document réponses pour tout l'examen (6 pages)

Exercice N°1 : (12 points)

Soit le système de commande de feux d'automobile représenté par la figure 1

On dispose, dans ce système, de quatre commandes indépendantes : **V** pour les veilleuses, **C** pour les feux de croisement, **R** pour les feux de route et **A** pour les feux antibrouillard. On note les états des lumières **F_V** pour les veilleuses, **F_C** pour les feux de croisement, **F_R** pour les feux de route et **F_A** pour les feux antibrouillard.

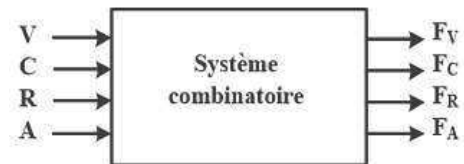


Figure 1

- L'action sur la commande **V** ($V=1$) allume les veilleuses ($F_V=1$).
- L'action sur une seule commande parmi **C**, **R** ou **A**, allume en même temps les feux correspondants et les veilleuses.
- Les feux de croisement, les feux de route et les feux antibrouillard ne peuvent pas être allumés simultanément.
- les feux de croisement sont prioritaires sur les feux de route et sur les antibrouillard,
- les antibrouillard sont prioritaires sur les feux de route.

1. Compléter la table de vérité liant **F_V**, **F_C**, **F_R** et **F_A** aux commandes **V**, **C**, **R** et **A**.
2. Simplifier ces fonctions à l'aide de tableaux de Karnaugh.
3. Représenter le logigramme de la fonction **F_V** à base de portes NOR.
4. Réaliser la fonction **F_R** à base d'un décodeur 4 vers 16.
5. Réaliser la fonction **F_C** à base d'un multiplexeur 16 vers 1.
6. Réaliser la fonction **F_A** à base d'un multiplexeur 8 vers 1.

Exercice N°2 : (8 points)

1. Soit l'additionneur complet donné par la figure 2.
R_e est la retenue rentrante et **R_s** la retenue sortante.
 - 1.1 Compléter la table de vérité de cet additionneur.
 - 1.2 déduire les équations des sorties **S_i** et **R_s** en fonction des entrées **R_e**, **a_i** et **b_i**.
 - 1.3 Représenter le schéma de réalisation à base d'un décodeur 3 vers 8.

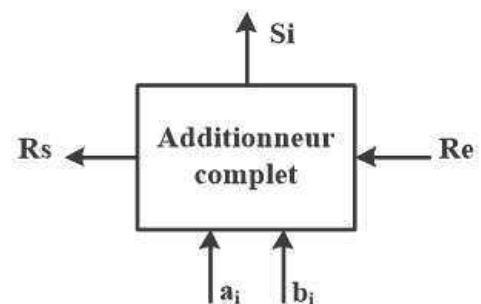


Figure 2

Département Technologies de l'Informatique

1.4 Réaliser , un additionneur 4 bits permettant de faire la somme de deux nombres binaires $A=a_3a_2a_1a_0$ et $B=b_3b_2b_1b_0$, en utilisant 4 additionneurs complets (figure 2).

2. On utilise maintenant deux additionneurs 4 bits pour réaliser le circuit donné à la figure 3.

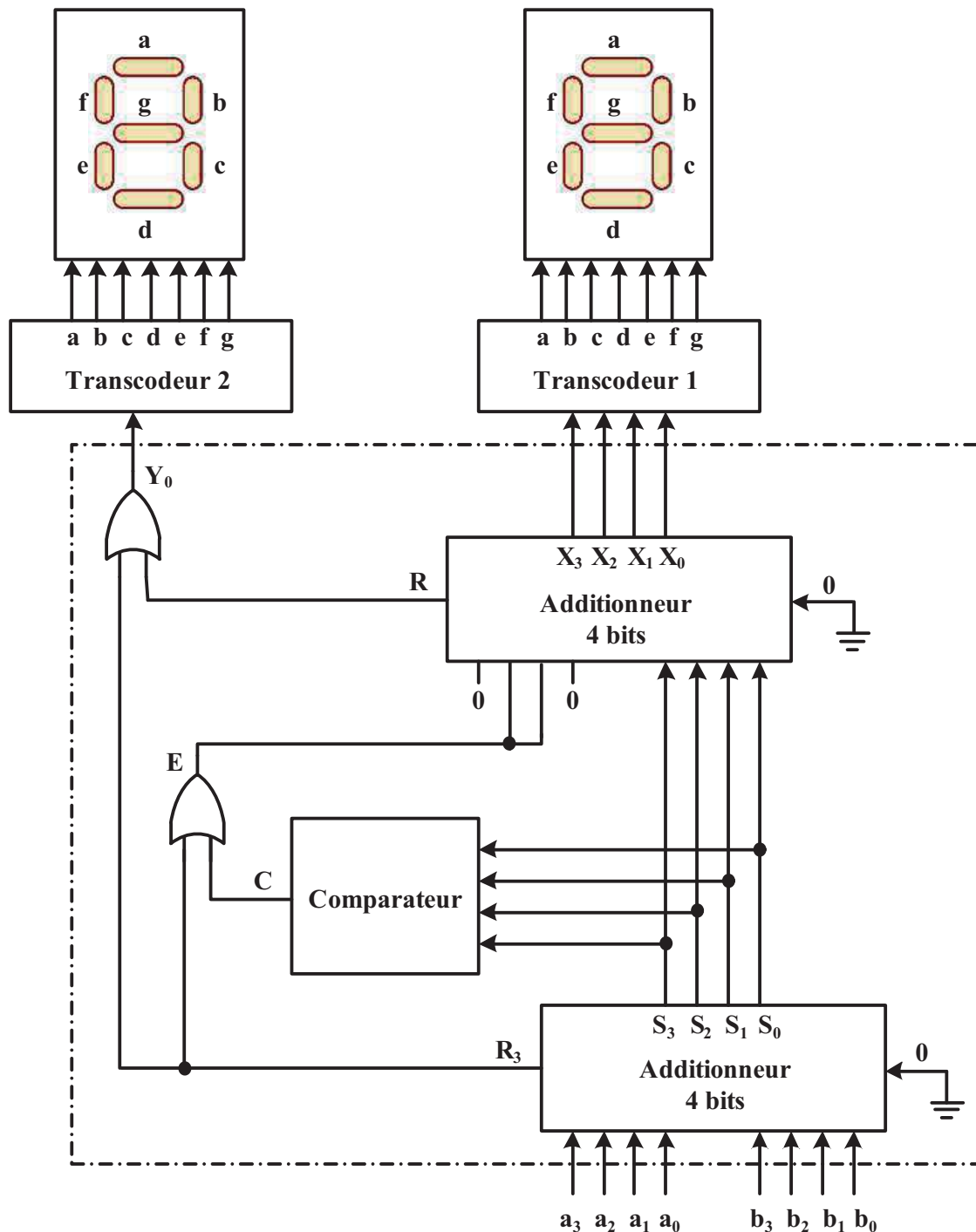


Figure 3

Ce circuit a pour entrées deux nombres binaires A et B chacun sur 4 bits compris entre 0 (0000) et 9 (1001), soit $0 \leq A \leq 9$ et $0 \leq B \leq 9$, et fourni deux sorties, X sur 4 bits (soit $X = X_3X_2X_1X_0$) et Y sur 1 bit (soit $Y = Y_0$).

Département Technologies de l'Informatique

2.1 Etude du comparateur :

La sortie **C** du comparateur utilisé dans ce circuit est égale à 1 si la sortie du premier additionneur 4 bits est strictement supérieure à 9 (c'est-à-dire $S_3S_2S_1S_0 > 1001$).

- Etablir la table de vérité du comparateur.
- En déduire l'équation simplifiée de la sortie **C** en fonction de S_3, S_2, S_1 et S_0 .
- Représenter son logigramme.

2.2 En se référant au circuit de la figure 3 :

- Ecrire l'équation de la sortie **E** en fonction **C** et R_3 et l'équation de la sortie Y_0 en fonction de **R** et R_3 .
- Analyser alors le fonctionnement du circuit en complétant le tableau 1 (document réponses page 5/6).
- Compléter le tableau 2 (document réponses page 5/6) en écrivant en décimal le contenu du tableau 1 (question précédente).
- Déduire de rôle de ce circuit.

2.3 On veut afficher le résultat (**X** et **Y** en décimal) sur deux afficheurs 7 segments à cathodes communes en utilisant deux transcodeurs, comme le montre la figure 3, et ce pour obtenir l'affichage donné par la figure 4. On se limite ici à l'étude du transcodeur 2.

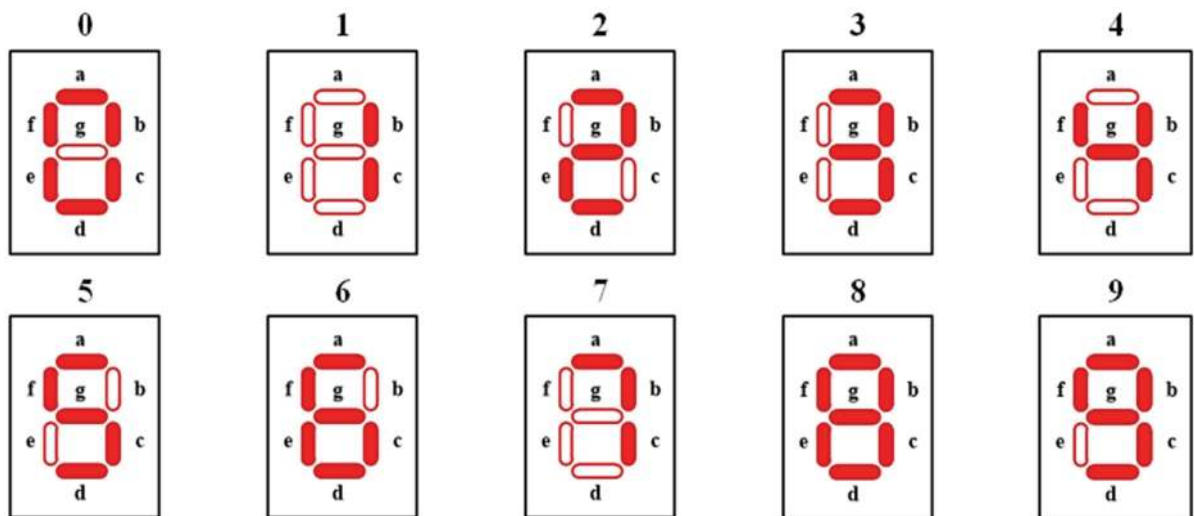


Figure 4

- D'après la structure du circuit de la figure 3 et l'analyse de son fonctionnement on peut remarquer que l'afficheur 7 segments lié au transcodeur 2 ne peut afficher que les deux chiffres 0 et 1 : le chiffre 0 si $Y_0=0$ et le chiffre 1 si $Y_0=1$. Compléter alors la table de vérité de ce transcodeur.
- Déduire les équations de ses différentes sorties.
- Etablir le logigramme correspondant.

Session :

Nom : Prénom : Classe :

N°C.I.N. : Salle : N° place :

Signature de l'étudiant

Epreuve de :

Date :



Epreuve de : Systèmes logiques

Réponses de l'exercice N°1 :

1. Table de vérité :

	V	C	R	A	F _V	F _C	F _R	F _A
0	0	0	0	0				
1	0	0	0	1				
2	0	0	1	0				
3	0	0	1	1				
4	0	1	0	0				
5	0	1	0	1				
6	0	1	1	0				
7	0	1	1	1				
8	1	0	0	0				
9	1	0	0	1				
10	1	0	1	0				
11	1	0	1	1				
12	1	1	0	0				
13	1	1	0	1				
14	1	1	1	0				
15	1	1	1	1				

F_V (V,C,R,A) = Σ_m (.....)

.....

F_C (V,C,R,A) = Σ_m (.....)

.....

F_R (V,C,R,A) = Σ_m (.....)

.....

F_A (V,C,R,A) = Σ_m (.....)

.....

2. Simplification des équations des sorties :

		RA			
		00	01	11	10
VC	00				
	01				
	11				
	10				

F_V = ...

		RA			
		00	01	11	10
VC	00				
	01				
	11				
	10				

F_C = ...

Ne rien écrire dans cette zone

	RA			
	00	01	11	10
VC	00			
	01			
	11			
	10			

$F_R = \dots\dots\dots$

	RA			
	00	01	11	10
VC	00			
	01			
	11			
	10			

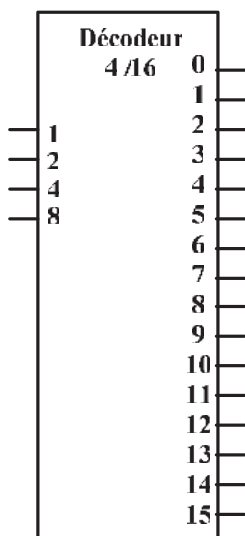
$F_A = \dots\dots\dots$

3. Logigramme de la fonction F_V à base de portes NOR.

$F_V = \dots\dots\dots$

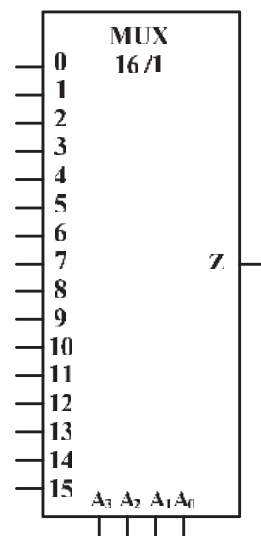
4. Réalisation de la fonction F_R à base d'un décodeur 4 vers 16.

$F_R(V,C,R,A) = \Sigma_m(\dots\dots\dots)$



5. Réalisation de la fonction F_C à base d'un multiplexeur 16 vers 1.

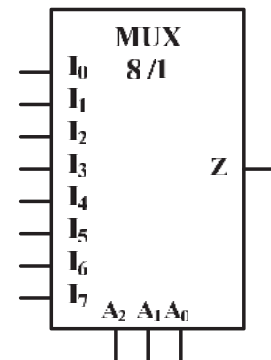
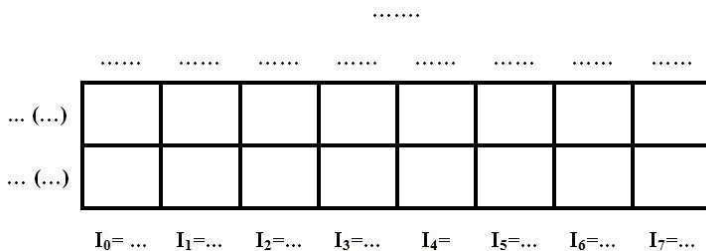
$F_C(V,C,R,A) = \Sigma_m(\dots\dots\dots)$



Ne rien écrire dans cette zone

6. Réalisation de la fonction F_A à base d'un multiplexeur 8 vers 1.

$$F_A(V, C, R, A) = \Sigma_m(\dots\dots\dots)$$



Réponses de l'exercice N°2 :

1. Additionneur complet

1.1 Table de vérité :

	R_e	a_i	b_i	R_s	S_i
0	0	0	0		
1	0	0	1		
2	0	1	0		
3	0	1	1		
4	1	0	0		
5	1	0	1		
6	1	1	0		
7	1	1	1		

1.2 Equations des sorties S_i et R_s

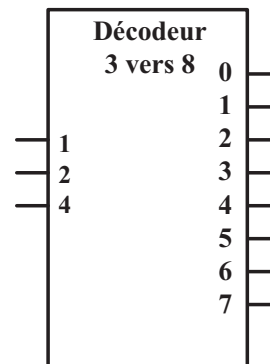
$$S_i = \dots\dots\dots$$

$$R_s = \dots\dots\dots$$

1.3 Schéma de réalisation à base d'un décodeur 3 vers 8.

$$S_i = \Sigma_m(\dots\dots\dots)$$

$$R_s = \Sigma_m(\dots\dots\dots)$$



Ne rien écrire dans cette zone

1.4 Schéma de réalisation d'un additionneur 4 bits

2.

2.1 Etude du comparateur :

a. Table de vérité :

	S ₃	S ₂	S ₁	S ₀	C
0	0	0	0	0	
1	0	0	0	1	
2	0	0	1	0	
3	0	0	1	1	
4	0	1	0	0	
5	0	1	0	1	
6	0	1	1	0	
7	0	1	1	1	
8	1	0	0	0	
9	1	0	0	1	
10	1	0	1	0	
11	1	0	1	1	
12	1	1	0	0	
13	1	1	0	1	
14	1	1	1	0	
15	1	1	1	1	

b. Equation simplifiée de la sortie C :

		S ₁ S ₀			
		00	01	11	10
S ₃ S ₂	00				
	01				
	11				
	10				
					C

C = ...

c. Logigramme:

2.2

a. E = ... ; Y₀ = ...

Session :

Nom : Prénom : Classe :

N°C.I.N. : Salle : N° place :

Signature de l'étudiant

Epreuve de :

Date :



Epreuve de : Systèmes logiques

(suite question 2.2)

b. Analyse du fonctionnement

a ₃	a ₂	a ₁	a ₀	b ₃	b ₂	b ₁	b ₀	R ₃	S ₃	S ₂	S ₁	S ₀	C	E	R	Y ₀	X ₃	X ₂	X ₁	X ₀
0	1	0	1	0	1	0	0													
1	0	0	0	0	0	1	0													
0	1	1	1	1	0	0	1													
1	0	0	1	1	0	0	1													

Tableau 1

c.

A=a ₃ a ₂ a ₁ a ₀	B=b ₃ b ₂ b ₁ b ₀	R ₃	S=S ₃ S ₂ S ₁ S ₀	C	E	R	Y=Y ₀	X=X ₃ X ₂ X ₁ X ₀
5	4							
8	2							
7	9							
9	9							

Tableau 2

d. Rôle du circuit.....

.....

Ne rien écrire dans cette zone

2.3 Etude du transcodeur 2

a. Table de vérité

Y_0	a	b	c	d	e	f	g
0							
1							

b. Equations des sorties :

a = ...

b = ...

c = ...

d = ...

e = ...

f = ...

g = ...

c. Logigramme :

Session :

Nom : Prénom : Classe :

N°C.I.N. : Salle : N° place :

Signature de l'étudiant

Epreuve de :

Date :



Epreuve de : Systèmes logiques

Corrigé

Réponses de l'exercice N°1 :

1. Table de vérité :

	V	C	R	A	F _V	F _C	F _R	F _A
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	1
2	0	0	1	0	1	0	1	0
3	0	0	1	1	1	0	0	1
4	0	1	0	0	1	1	0	0
5	0	1	0	1	1	1	0	0
6	0	1	1	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1	1	0	0
8	1	0	0	0	1	0	0	0
9	1	0	0	1	1	0	0	1
10	1	0	1	0	1	0	1	0
11	1	0	1	1	1	0	0	1
12	1	1	0	0	1	1	0	0
13	1	1	0	1	1	1	0	0
14	1	1	1	0	1	1	0	0
15	1	1	1	1	1	1	0	0

$$F_V(V,C,R,A) = \Sigma_m(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15)$$

$$F_C(V,C,R,A) = \Sigma_m(4,5,6,7,12,13,14,15)$$

$$F_R(V,C,R,A) = \Sigma_m(2,10)$$

$$F_A(V,C,R,A) = \Sigma_m(1,3,9,11)$$

2. Simplification des équations des sorties :

		RA			
		00	01	11	10
VC	00	0	1	1	1
	01	1	1	1	1
	11	1	1	1	1
	10	1	1	1	1

F_V

$$F_V = V + C + R + A$$

		RA			
		00	01	11	10
VC	00	0	0	0	0
	01	1	1	1	1
	11	1	1	1	1
	10	0	0	0	0

F_C

$$F_C = C$$

Ne rien écrire dans cette zone

		RA			
		00	01	11	10
VC	00	0	0	0	1
	01	0	0	0	0
	11	0	0	0	0
	10	0	0	0	1

$$F_R = \bar{C}\bar{R}\bar{A}$$

		RA			
		00	01	11	10
VC	00	0	1	1	0
	01	0	0	0	0
	11	0	0	0	0
	10	0	1	1	0

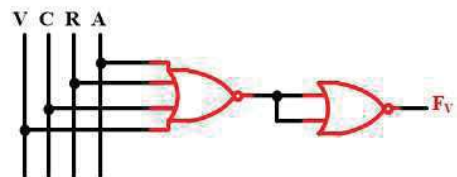
$$F_A = \bar{C}\bar{A}$$

3. Logigramme de la fonction F_V à base de portes NOR.

$$F_V = \overline{V + C + R + A}$$

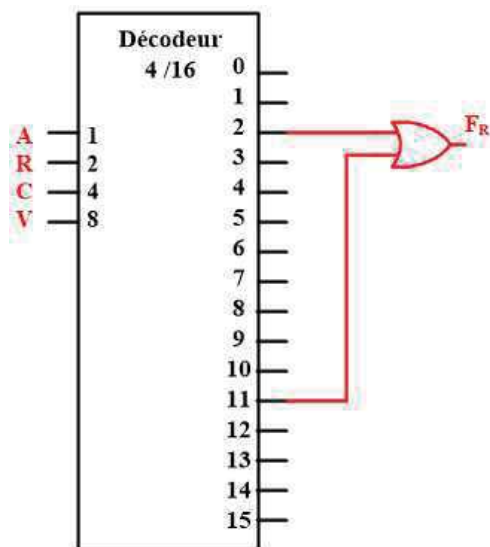
$$F_V = \overline{V \downarrow C \downarrow R \downarrow A}$$

$$F_V = (V \downarrow C \downarrow R \downarrow A) \downarrow 0$$



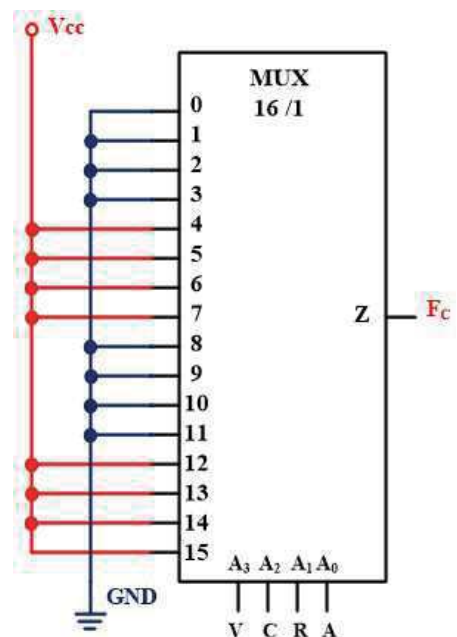
4. Réalisation de la fonction F_R à base d'un décodeur 4 vers 16.

$$F_R(V, C, R, A) = \Sigma_m(2, 10)$$



5. Réalisation de la fonction F_C à base d'un multiplexeur 16 vers 1.

$$F_C(V, C, R, A) = \Sigma_m(4, 5, 6, 7, 12, 13, 14, 15)$$

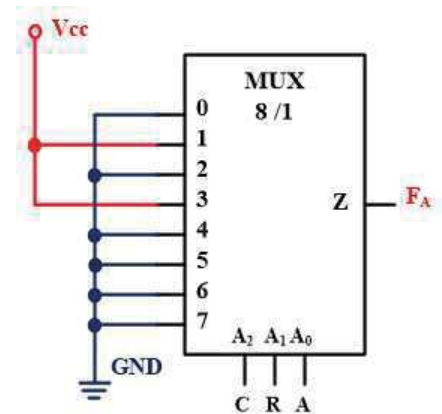


Ne rien écrire dans cette zone

6. Réalisation de la fonction F_A à base d'un multiplexeur 8 vers 1.

$$F_A(V, C, R, A) = \Sigma_m(1, 3, 9, 11)$$

	CRA							
	000	001	010	011	100	101	110	111
0 (V)	0	1	2	3	4	5	6	7
1 (V)	8	9	10	11	12	13	14	15
	$I_0=0$	$I_1=1$	$I_2=0$	$I_3=1$	$I_4=0$	$I_5=0$	$I_6=0$	$I_7=0$



Réponses de l'exercice N°2 :

1. Additionneur complet

1.1 Table de vérité :

	R_e	a_i	b_i	R_s	S_i
0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1
2	0	1	0	0	1
3	0	1	1	1	0
4	1	0	0	0	1
5	1	0	1	1	0
6	1	1	0	1	0
7	1	1	1	1	1

1.2 Equations des sorties S_i et R_s

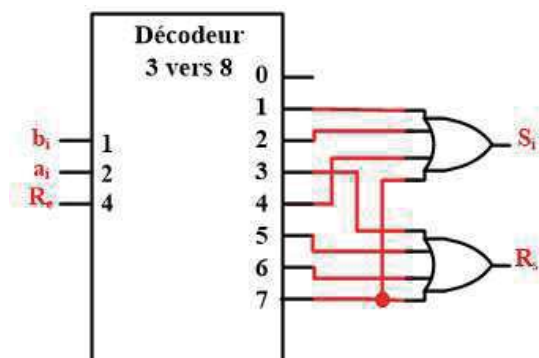
$$S_i = \bar{R}_e \bar{a}_i b_i + \bar{R}_e a_i \bar{b}_i + R_e \bar{a}_i \bar{b}_i + R_e a_i b_i$$

$$R_s = \bar{R}_e a_i b_i + R_e \bar{a}_i b_i + R_e a_i \bar{b}_i + R_e a_i b_i$$

1.3 Schéma de réalisation à base d'un décodeur 3 vers 8.

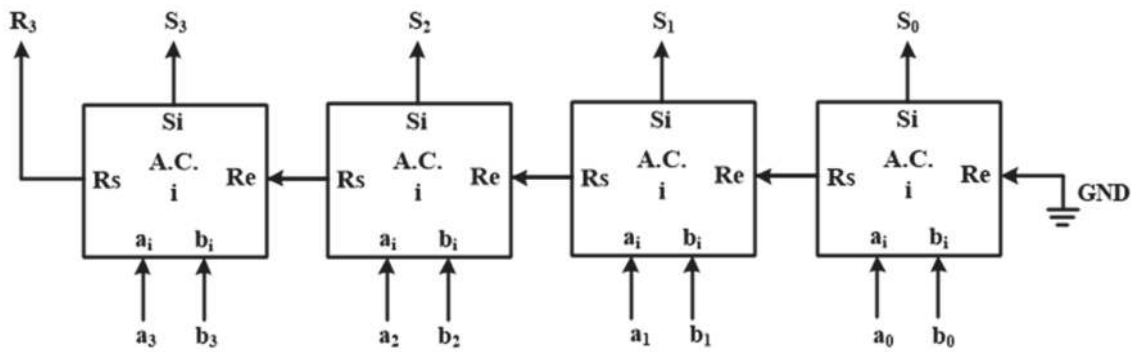
$$S_i = \Sigma_m(1, 2, 4, 7)$$

$$R_s = \Sigma_m(3, 5, 6, 7)$$



Ne rien écrire dans cette zone

1.4 Schéma de réalisation d'un additionneur 4 bits



2.

2.1 Etude du comparateur :

a. Table de vérité :

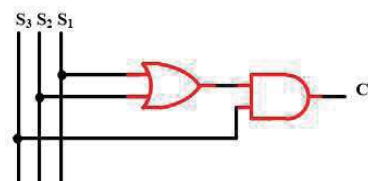
	S ₃	S ₂	S ₁	S ₀	C
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	1

b. Equation simplifiée de la sortie C :

	S ₁ S ₀			
	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	1	1	1	1
10	0	0	1	1

$$C = S_3S_2 + S_3S_1 = S_3(S_2 + S_1)$$

c. Logigramme:



2.2

a. $E = R_3 + C$; $Y_0 = R_3 + R$

Session :

Nom : Prénom : Classe :

N°C.I.N. : Salle : N° place :

Signature de l'étudiant

Epreuve de :

Date :



Epreuve de : Systèmes logiques

(suite question 2.2)

b. Analyse du fonctionnement

a ₃	a ₂	a ₁	a ₀	b ₃	b ₂	b ₁	b ₀	R ₃	S ₃	S ₂	S ₁	S ₀	C	E	R	Y ₀	X ₃	X ₂	X ₁	X ₀
0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0
1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0

Tableau 1

c.

A=a ₃ a ₂ a ₁ a ₀	B=b ₃ b ₂ b ₁ b ₀	R ₃	S=S ₃ S ₂ S ₁ S ₀	C	E	R	Y=Y ₀	X=X ₃ X ₂ X ₁ X ₀
5	4	0	9	0	0	0	0	9
8	2	0	10	1	1	1	1	0
7	9	1	0	0	1	0	1	6
9	9	1	2	0	1	0	1	8

Tableau 2

d. Rôle du circuit : **C'est un additionneur DCB.**

Ne rien écrire dans cette zone

2.3 Etude du transcodeur 2

a. Table de vérité

Y_0	a	b	c	d	e	F	g
0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	1	1	0	0	0	0

b. Equations des sorties :

$$a = \bar{Y}_0$$

$$b = 1$$

$$c = 1$$

$$d = \bar{Y}_0$$

$$e = \bar{Y}_0$$

$$f = \bar{Y}_0$$

$$g = 0$$

c. Logigramme :

