

Série n°2

1) Simplifier les fonctions suivantes en utilisant exclusivement l'algèbre de boole.

$$F_1 = (\bar{A} + B)(\bar{A} + B + C)(A + \bar{B} + \bar{C}) \quad F_2 = (\bar{B}D + A\bar{B}) \oplus (ABC)$$

2) Convertir l'expression suivante sous forme de somme de produit standard (SDP).

$$F = A\bar{C} + \bar{B} + \bar{A}(C + B)$$

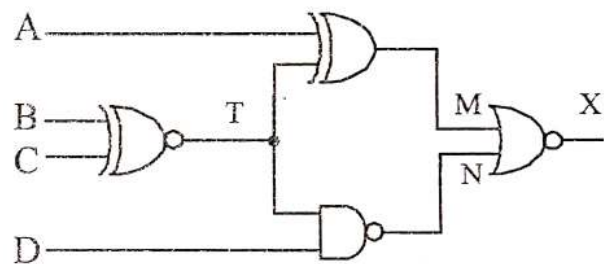
3) Simplifier algébriquement les expressions suivantes :

$$F_1 = (\bar{a} + b).(a + b).(a + \bar{b})$$

$$F_2 = a b d e + a b \bar{e} + a c \bar{d} + b \bar{c} \bar{d} + \bar{b} \bar{d}$$

4) Représenter l'expression simplifiée de F_2 avec des portes NAND à 2 entrées.

5) Donner l'expression simplifiée du signal de sortie X de la fonction suivante puis la représenter avec des portes NOR à 2 entrées.



6) Simplifier la fonction N définie par son tableau de Karnaugh suivant :

ab \ xy	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	0	1	1	1
11	0	1	0	0
10	1	1	0	1

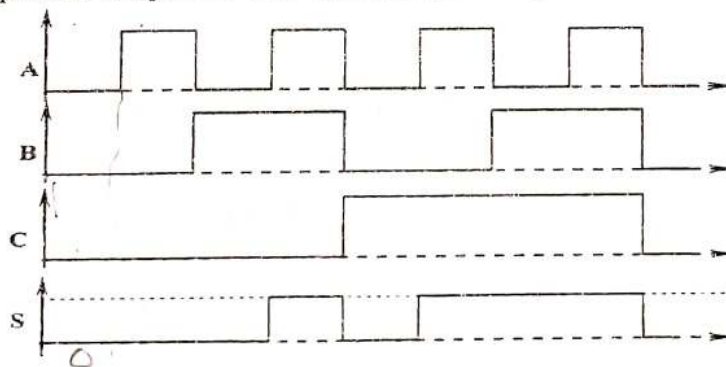
$$N = \bar{a} + b.\bar{x}.y + \bar{x}.a.\bar{b} + \bar{b}.y$$

$$= \bar{a} + \bar{x}(b.y + a\bar{b}) + \bar{b}.y$$

$$= \bar{a} + \bar{x}(by + a\bar{b}) + (\bar{b} + y)$$

7) La figure 1 représente les différentes combinaisons entre les entrées (A, B, C) et la sortie S d'un système logique combinatoire.

Donner l'équation simplifiée de S en fonction de A, B et C.



$$S = B(A + C) + A.C$$

Fig. 1

Série 2:

$$\begin{aligned} 1) F_1 &= (\bar{A} + B) \cdot (\bar{A} + B + C) \cdot (A + \bar{B} + \bar{C}) \\ &= ((\bar{A} + B) (\bar{A} + B) + (\bar{A} + B) \cdot C) \cdot (A + \bar{B} + \bar{C}) \\ &= ((\bar{A} + B) + (\bar{A} + B) \cdot C) \cdot (A + \bar{B} + \bar{C}) \\ &= (\bar{A} + B) \cdot \underbrace{(1 + C)}_1 \cdot (A + \bar{B} + \bar{C}) \\ &= (\bar{A} + B) \cdot (A + \bar{B} + \bar{C}) \\ &= \underbrace{\bar{A}A}_0 + \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{C} + AB + \underbrace{B\bar{B}}_0 + B\bar{C} \\ &= \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{C} + AB + B\bar{C} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_2 &= (\bar{B}D + A\bar{B}) \oplus (A \cdot B \cdot \bar{C}) \\ &= \overline{(\bar{B}D + A\bar{B})} \cdot (A \cdot B \cdot \bar{C}) + (\bar{B}D + A\bar{B}) \cdot \overline{(A \cdot B \cdot \bar{C})} \\ &= (\overline{\bar{B}D}) \cdot (\overline{A\bar{B}}) \cdot (A \cdot B \cdot \bar{C}) + (\bar{B}D + A\bar{B}) \cdot ((\bar{A}) + (\bar{B}) + (\bar{\bar{C}})) \\ &= (\underline{B} + \underline{D}) \cdot (\bar{A} + \bar{B}) \cdot (A \cdot B \cdot \bar{C}) + (\bar{A}\bar{B}D + \bar{B}D + \bar{B}C\underline{D} + \underline{0} + \underline{A\bar{B}} + \underline{A\bar{B}C}) \\ &= (\bar{A}\underline{B} + \bar{A}\underline{D} + \underline{B} + \underline{B}\underline{D}) (A \cdot B \cdot \bar{C}) + (\bar{B}D (\bar{A} + \underbrace{1 + C}_1) + A\bar{B} (\underbrace{1 + C}_1)) \\ &= \left(B (\underbrace{\bar{A} + 1 + D}_1) + \bar{A}\bar{D} \right) (A \cdot B \cdot \bar{C}) + \bar{B}D + A\bar{B} \\ &= (B + \bar{A}\bar{D}) (A \cdot B \cdot \bar{C}) + \bar{B}D + A\bar{B} \\ &= AB\bar{C} + \dots + \bar{B}D + A\bar{B} \\ &= A(\underline{B\bar{C}} + \underline{B}) + \dots + \bar{B}D \\ &= A(\bar{B} + \bar{C}) + \dots + \bar{B}D \end{aligned}$$

$$2) F = A\bar{C} + \bar{B} + \bar{A}(C+B)$$

$$= A(B+\bar{B})\bar{C} + (A+\bar{A})\bar{B}(C+\bar{C}) + \bar{A}(B+\bar{B})C + \bar{A}B(C+\bar{C})$$

$$= A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}B\bar{C}$$

$$= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC \leftarrow \text{SDP.}$$

$$\bar{F} = ABC$$

$$3) F_1 = (\bar{a}+b) \cdot (a+b) \cdot (\bar{a}+\bar{b})$$

$$= (\bar{a}b + ab) \cdot (\bar{a}+\bar{b})$$

$$= \bar{a}b$$

$$F_2 = abd + ab\bar{e} + ac\bar{d} + b\bar{c}\bar{d} + \bar{b}\bar{d}$$

$$= ab(d + \bar{e}) + \bar{d}(ac + b\bar{c} + \bar{b})$$

$$= ab(d + \bar{e}) + \bar{d}(a\bar{c} + \bar{c} + \bar{b})$$

$$= abd + ab\bar{e} + \bar{d}a + \bar{d}\bar{c} + \bar{d}\bar{b}$$

$$= a(b\bar{d} + \bar{d}) + ab\bar{e} + \bar{d}\bar{c} + \bar{d}\bar{b}$$

$$= a\bar{b}\bar{d} + ab\bar{e} + \bar{d}\bar{c} + \bar{d}\bar{b}$$

$$= ab(\bar{1} + \bar{e}) + a\bar{d} + \bar{c}\bar{d} + \bar{b}\bar{d}$$

$$= ab + a\bar{d} + \bar{c}\bar{d} + \bar{b}\bar{d}$$

Th d'allégement:
 $(\bar{a} + xa = \bar{a} + x)$

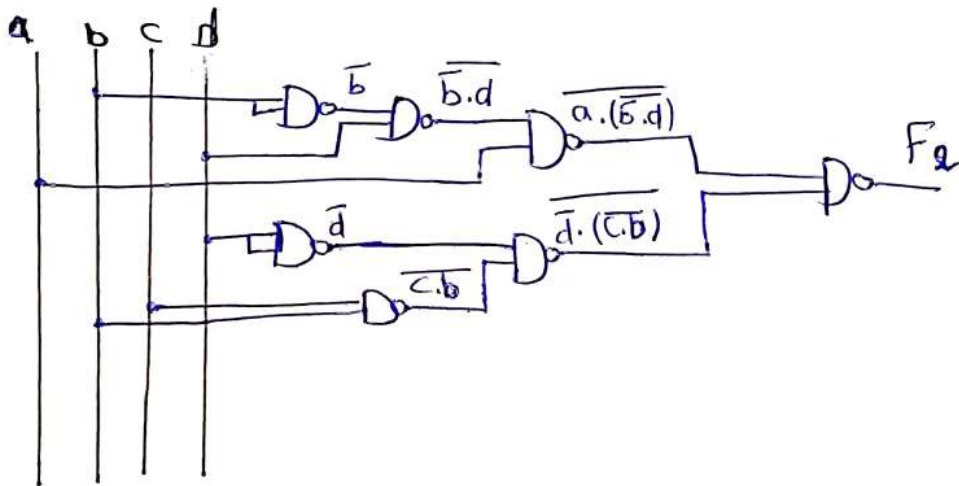
$$4) F_2 = ab + a\bar{d} + \bar{c}d + \bar{b}\bar{d}$$

$$\Rightarrow F_2 = a(b + \bar{d}) + \bar{d}(\bar{c} + \bar{b})$$

$$= \overline{a(b + \bar{d}) + \bar{d}(\bar{c} + \bar{b})}$$

$$= \overline{a(\overline{b + \bar{d}}) \cdot \bar{d}(\overline{\bar{c} + \bar{b}})}$$

$$= \overline{a \cdot (\overline{b \cdot d}) \cdot \bar{d}(\overline{\bar{c} \cdot \bar{b}})}$$



5)

$$6) N = x\bar{a} + \bar{y}\bar{b} + y\bar{a}b + \bar{x}ya$$

(com 1b 2 cas: un 0, 1 b)

(Si x, y, a ou b change)
⇒ ils s'éliminent

$$7) S = ABC\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{A}BC + ABC$$

(La Variable la plus rapide
qui change est la variable
la plus faible)

C	B	A	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

C \ B	00	01	11	10
A				
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

$$S = CB + CA + BA$$