

Devoir surveillé ☒	Examen ☐	Session : principale ☐ de contrôle ☐
Matière : <i>Systèmes Logiques & Continus</i>		Semestre : II
Enseignant(s) : Akoum Z. & Bouaziz S.		Date : 08 / 04 / 2011 .
Filière : MPI		Durée : 1 ^H 30
Barème approximatif : 7,5 - 7,5 - 5		Document : autorisés ☐ non autorisés ☒
Nombre de pages : 02		

Exercice 1 :

1) Effectuer les conversions suivantes :

$$(125)_8 \rightarrow \text{Base 2.}$$

$$(29,375) \rightarrow \text{Base 8.}$$

$$(101101)_{\text{Gray}} \rightarrow \text{Base 16.}$$

2) Les nombres suivants sont signés en notation complément à 2

$$N_1 = 01101110$$

$$N_2 = 00011001$$

$$N_3 = 10110011$$

Effectuer les opérations suivantes dans la base correspondante.

Pour les soustractions, utiliser la méthode de notation complément à b (addition).

a) $N_1 + N_2 \rightarrow \text{Base 16}$

b) $N_2 - N_1 \rightarrow \text{Base 8}$

c) $N_3 - N_1 \rightarrow \text{DCB}$

Puis, exprimer le résultat obtenu dans chaque opération en base 10.

Exercice 2:

1) En utilisant exclusivement l'algèbre booléenne, démontrer que :

$$A\bar{B} + \bar{A}C\bar{D} + ABC = A\bar{B}\bar{C} + C\bar{D} + ACD$$

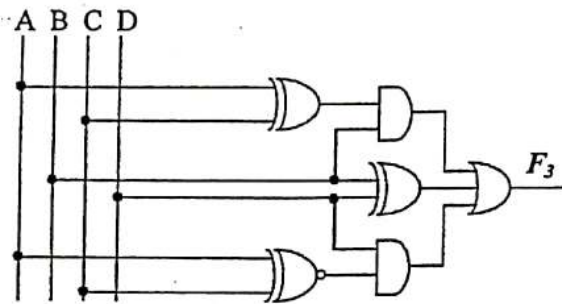
2) Simplifier la fonction F_1 par la méthode algébrique puis la câbler par des portes NAND à 2 entrées.

$$F_1 = A \oplus B + (A \otimes B) \oplus C$$

3) Simplifier la fonction F_2 en utilisant le tableau de Karnaugh, puis la câbler à base de portes NOR à 2 entrées.

$$F_2 = (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}) \cdot (A + B + C) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + C) \cdot (A + \bar{B} + C)$$

4) Considérons le circuit suivant :



- Donner l'expression logique de F_3 .
- Exprimer F_3 sous forme de SDP standard.
- Simplifier F_3 en utilisant le tableau de Karnaugh.

Exercice 3:

Une société a 4 actionneurs ayant les nombres suivants d'actions : A (70), B (90), C (125) et D (155).

On désire construire une machine permettant le vote automatique lors des réunions.

Chaque actionneur dont le poids du vote est proportionnel au nombre d'actions en possession, appuie sur un bouton qui porte son nom (A, B, C, D). Si un actionnaire vote "OUI", sa variable (par exemple A) vaut 1, s'il vote "NON", elle vaut 0.

Une résolution sera votée ($V = 1$) si la somme des actions correspondant aux votes OUI représente au moins la moitié des actions plus une.

- Dresser la table de vérité de V en fonction des 4 variables A, B, C, D.
- Simplifier la fonction à l'aide de Karnaugh.
- Dessiner le circuit en utilisant des portes logiques de base (elles peuvent être à entrées multiples).

Ex 1:

$$1/(125)_8 = (001\ 010\ 101)_2$$

$$(29,375)_{10} =$$

$$29 = 3 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 = (35)_8$$

$$0,375 \times 2 = \boxed{0},75$$

$$0,375 = (0,011)_2$$

$$0,75 \times 2 = \boxed{1},5$$

$$= (0,3)_2$$

$$0,5 \times 2 = \boxed{1},0$$

$$29,375 = (35,3)_8$$

$$(101101)_6 = (110110)_2 = (36)_{16}$$

$$(110110)_2$$

$$2/a) N_1 > 0 \quad N_1 = (01101110)_2 = (6E)_{16}$$

$$N_2 > 0 \quad N_2 = (00011001)_2 = (19)_{16}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 6E \\ + 19 \\ \hline (87)_{16} \end{array}$$

$$N_1 + N_2 = (87)_{16} = 8 \cdot 16 + 7 \cdot 16^0 = (135)_{10}$$

$$b/ \quad N_2 = (00011001)_2 = (31)_8$$

$$N_2 - N_1 = N_2 + (-N_1)$$

$$N_1 = (01101110)_2 = (156)_8$$

$$2c(N_1)? \quad 156 \xrightarrow{C_2 \rightarrow 2} 621 \xrightarrow{+1} 622$$

$$\begin{array}{r} + \boxed{0}031 \\ \boxed{7}622 \\ \hline \boxed{7}653 < 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} 653 \downarrow C_2 + \\ 124 \downarrow +1 \\ 125 \end{array} \right.$$

$$\boxed{7}653 = -(125)_8 = -(1 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8 + 5 \cdot 8^0) = -(85)_{10}$$

$$N_2 - N_1 = \boxed{7}653 = -(85)_{10}$$

$$c/ \quad N_3 - N_1 \text{ en DCB.}$$

$$N_1 = (01101110)_2 = (110)_{10}$$

$$N_3 = \boxed{1}0110011 < 0$$

$$0110011 \xrightarrow{C_1 \rightarrow 1} 1001100 \xrightarrow{+1} 1001101 = (115)_8 = (77)_{10}$$

$$N_3 = -(115)_8 = -(77)_{10} \quad \left| \begin{array}{l} 77 \xrightarrow{C_2 \rightarrow 2} 22 \xrightarrow{+1} 23 \\ 110 \xrightarrow{C_2 \rightarrow 2} 889 \xrightarrow{+1} 890 \end{array} \right.$$

$$N_3 - N_1 = -77 - 110$$

$$N_3 = \boxed{B}23 = \boxed{B}923$$

$$-N_1 = \boxed{B}890 = \boxed{B}890$$

$$\boxed{9} \ 923.$$

$$\boxed{9} \ 890.$$

$$\begin{array}{r}
 \boxed{9} \ 1001 \quad 0010 \quad 0011 \\
 + \quad \boxed{9} \ 1000 \quad 1001 \quad 0000 \\
 \hline
 \boxed{9} \ 0001 \quad 1011 \quad 0011 \\
 \hline
 \boxed{9} \ 0101 \quad 10 \quad 0110 \\
 + \quad 0110 \quad 0001 \\
 \hline
 \boxed{9} \ 1000 \quad 1 \quad 0001
 \end{array}$$

(2)

$$N_3 - N_1 = \boxed{9} \ 813.$$

$$813 \xrightarrow{C.S} 186 \xrightarrow{+1} 187 \Rightarrow N_3 - N_1 = -(187)_{10}.$$

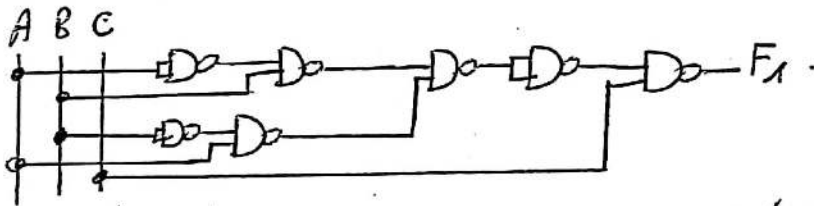
$$1/ \quad A\bar{B} + \bar{A}C\bar{D} + ABC = A\bar{B}(C + \bar{C}) + \bar{A}C\bar{D} + ABC = A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}C\bar{D} + ABC$$

$$A\bar{B}\bar{C} + AC(\bar{B} + B) + \bar{A}C\bar{D} = A\bar{B}\bar{C} + AC + \bar{A}C\bar{D} = A\bar{B}\bar{C} + C(A + \bar{A}\bar{D})$$

$$A\bar{B}\bar{C} + C(A + \bar{D}) = A\bar{B}\bar{C} + AC + \bar{D}C = A\bar{B}\bar{C} + C\bar{D} + AC(D + \bar{D})$$

$$A\bar{B}\bar{C} + C\bar{D} + ACD + AC\bar{D} = A\bar{B}\bar{C} + ACD + C\bar{D}$$

$$\begin{aligned}
 2/ \quad F_1 &= A \oplus B + (A \oplus B) \oplus C = A \oplus B + (\overline{A \oplus B}) \oplus C \\
 &= A \oplus B + (A \oplus B)C + (\overline{A \oplus B})\bar{C} = (A \oplus B) + \overline{A \oplus B} \bar{C} \\
 &= (A \oplus B) + \bar{C} = A\bar{B} + \bar{A}B + \bar{C}.
 \end{aligned}$$



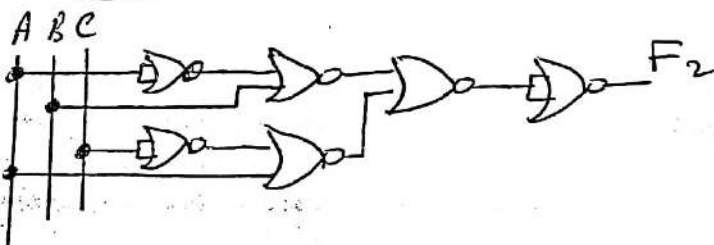
$$3/ \quad F_2 = (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})(A + B + C)(\bar{A} + \bar{B} + C)(A + \bar{B} + C) \text{ forme PDS standard.}$$

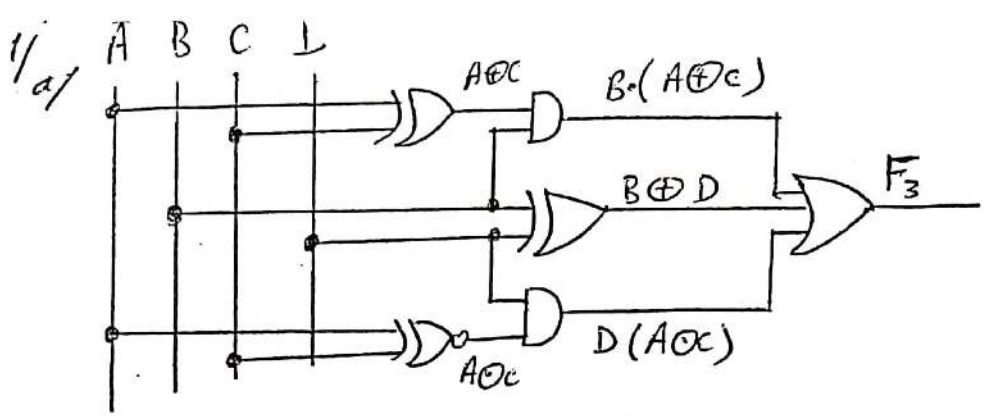
F_2 prend la valeur 0 pour les 4 combinaisons suivantes:

(111) (000) (110) (010)

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	1	0	0

$$F_2 = A\bar{B} + \bar{A}C$$





$$F_3 = B.(A \oplus C) + B \oplus D + D(A \otimes C)$$

b/

$$F_3 = B(A\bar{C} + \bar{A}C) + B\bar{D} + \bar{B}D + D(\bar{A}\bar{C} + AC)$$

$$= AB\bar{C} + \bar{A}BC + B\bar{D} + \bar{B}D + \bar{A}\bar{C}D + AC D$$

$$= AB\bar{C}(D + \bar{D}) + \bar{A}BC(D + \bar{D}) + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}\bar{D}$$

$$= AB\bar{C}D + AB\bar{C}\bar{D} + \bar{A}BCD + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}\bar{D}$$

c/

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10	0	1	1	0

$$F_3 = B + D$$

Ex 3: 1/ total des actions = 440.
moitié des actions + 1 = 220 + 1 = 221.
V = 1 si Σ actions ≥ 221 actions.

2/

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	1	1
11	1	1	1	1
10	0	0	1	0

$$V = CD + AD + BD + ABC$$

$$= D(C + A + B) + ABC$$

A	B	C	D	V
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

