

CHAPITRE 5

Les Circuits Arithmétiques

Plan du Chapitre

- Additionneurs
- Soustracteurs

Additionneurs

Demi-additionneur

C'est un circuit qui fournit la somme modulo 2 et la retenue de deux chiffres binaires. Appelons A_i , B_i les deux variables d'entrée représentant les bits à additionner, S_i la somme et R_i la retenue (C : appelée "carry" en anglais).

La table de vérité du demi additionneur est la suivante :

A_i	B_i	S_i	R_i
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Table de vérité d'un demi-additionneur

On déduit alors les expressions logiques de S_i et de R_i .

$$S_i = A_i \cdot \overline{B_i} + \overline{A_i} \cdot B_i = A_i \oplus B_i$$

$$R_i = A_i \cdot B_i$$

Le demi-additionneur ne peut faire que l'addition des deux chiffres de plus faible poids, puisqu'il ne peut pas prendre en compte la retenue qui provient d'une addition précédente. Pour résoudre cette difficulté on utilise un circuit à trois entrées: c'est l'additionneur complet (A.C).

Additionneur complet (A.C)

C'est un circuit qui fournit la somme et la retenue de deux chiffres binaires et de la retenue du rang précédent.

Pour cela l'additionneur complet est un circuit à trois entrées A_i , B_i et R_{i-1} (report précédent) et possédant toujours deux sorties somme S_i et retenue R_i .

La table de vérité de l'additionneur complet est donnée par le tableau suivant :

A_i	B_i	R_{i-1}	S_i	R_i
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

- L'expression de la somme S_i est alors:

$$\begin{aligned}
 S_i &= \overline{A_i} \cdot \overline{B_i} \cdot R_{i-1} + \overline{A_i} \cdot B_i \cdot \overline{R_{i-1}} + A_i \cdot \overline{B_i} \cdot \overline{R_{i-1}} + A_i \cdot B_i \cdot R_{i-1} \\
 &= \overline{A_i} \cdot (B_i \cdot \overline{R_{i-1}} + \overline{B_i} \cdot R_{i-1}) + A_i \cdot (\overline{B_i} \cdot \overline{R_{i-1}} + B_i \cdot R_{i-1}) \\
 &= \overline{A_i} \cdot (B_i \oplus R_{i-1}) + A_i \cdot (\overline{B_i \oplus R_{i-1}}) = A_i \oplus B_i \oplus R_{i-1}
 \end{aligned}$$

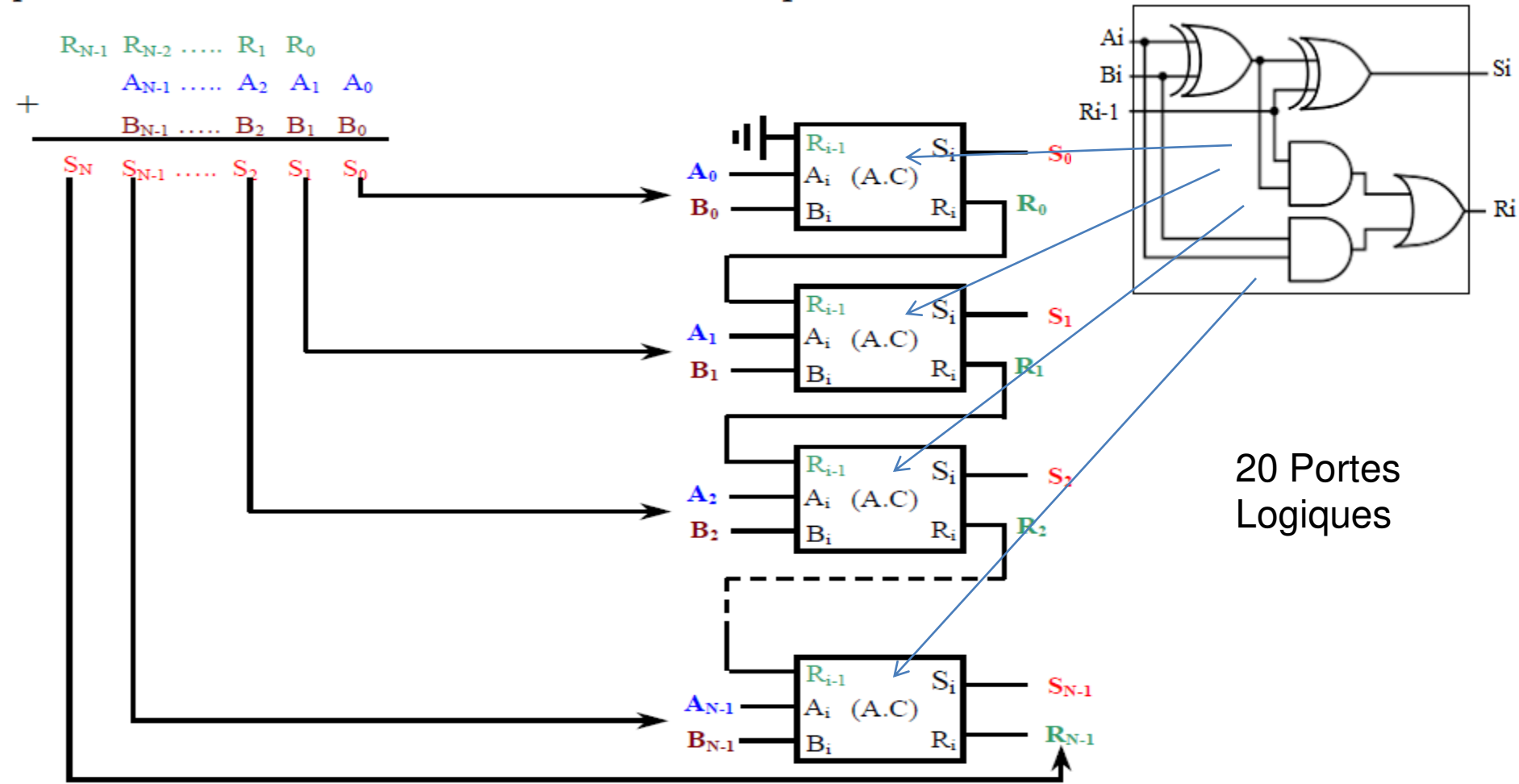
- L'expression de la retenue R_i est:

$$\begin{aligned}
 R_i &= \overline{A_i} \cdot B_i \cdot R_{i-1} + A_i \cdot \overline{B_i} \cdot R_{i-1} + A_i \cdot B_i \cdot \overline{R_{i-1}} + A_i \cdot B_i \cdot R_{i-1} \\
 &= (\overline{A_i} \cdot B_i + A_i \cdot \overline{B_i}) R_{i-1} + A_i \cdot B_i = (A_i \oplus B_i) \cdot R_{i-1} + A_i \cdot B_i
 \end{aligned}$$

Table de vérité d'un additionneur complet

Additionneur parallèle à retenue propagée

A partir des additionneurs complets (A.C), il est facile d'effectuer l'addition de deux nombres binaires à N bits. Cette addition est réalisée par la mise en cascade de N additionneurs complets, comme le montre le montage de la figure ci-dessous, Il s'agit d'un additionneur parallèle, parce qu'on additionne toutes les colonnes en même temps.



Additionneur parallèle de deux nombres binaires à N bits

Soustracteurs

Soit à soustraire les deux nombres binaires à 4 bits suivants:

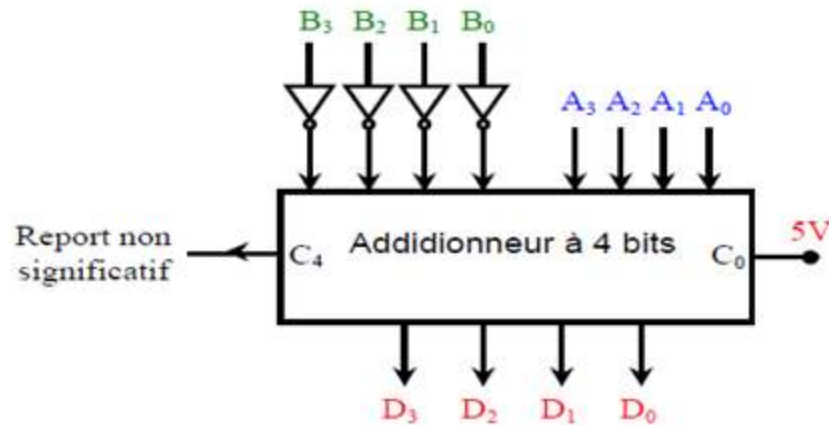
$$\begin{array}{r}
 A_3 \ A_2 \ A_1 \ A_0 \\
 + \quad \overline{B}_3 \ \overline{B}_2 \ \overline{B}_1 \ \overline{B}_0 \\
 \hline
 D_4 \ D_3 \ D_2 \ D_1 \ D_0
 \end{array}$$



$$A - B = A + C2(B) = A + \overline{B} + 1$$

Pour effectuer cette soustraction en utilisant l'additionneur complet, il faut tout d'abord effectuer le complément à 2 de $B_3B_2B_1B_0$, pour cela on prend le complément à 1 à l'aide des N inverseurs et on ajoute ensuite 1 au bit de poids le plus faible, le résultat de la soustraction apparaîtra sur les sorties de l'additionneur, en code exact ou en complément à 2 selon le bit de signe D_3 (M.S.B). La retenue D_4 représentée n'est pas significative.

La figure ci-dessous montre comment un additionneur peut servir comme soustracteur.

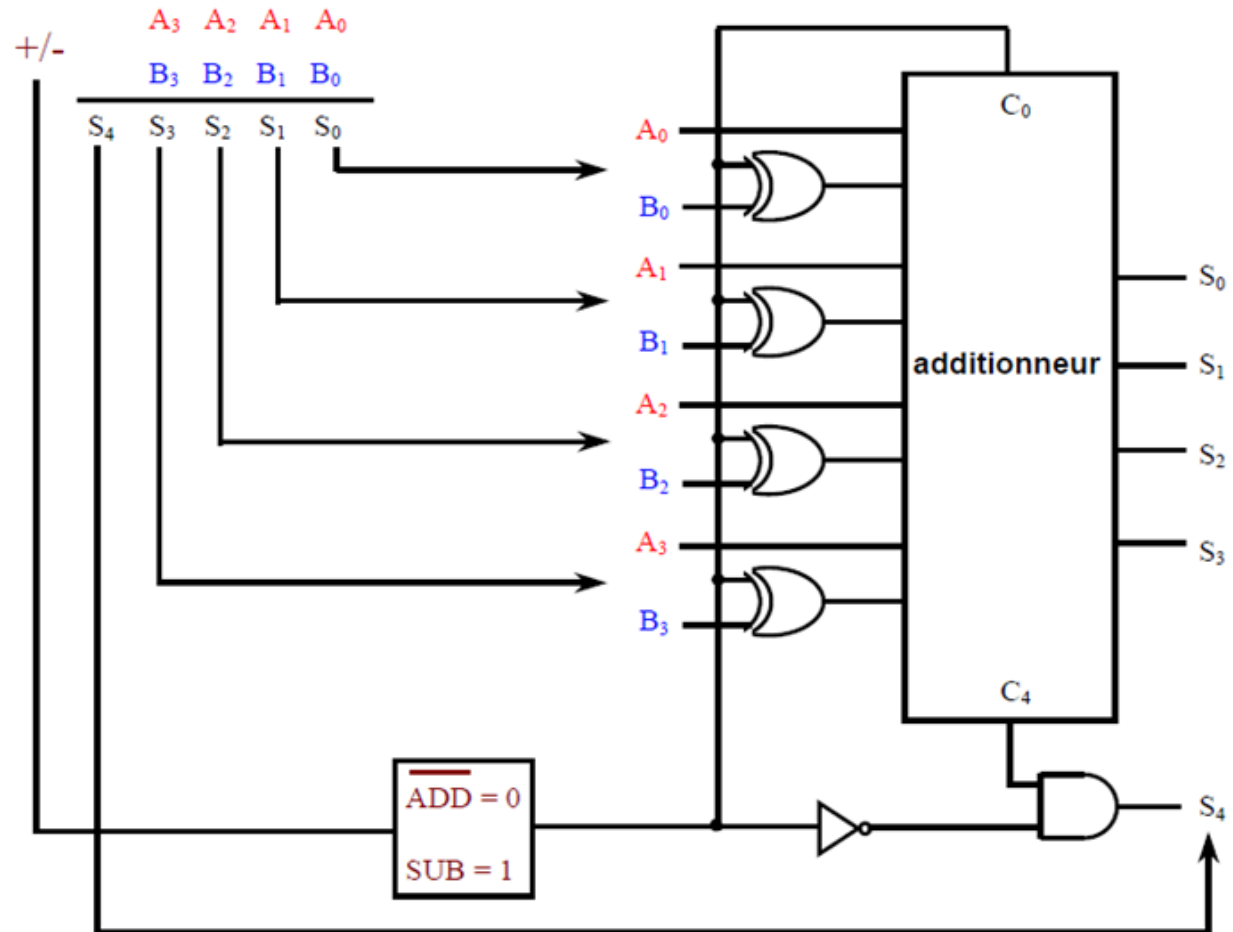


Soustracteur à l'aide d'additionneur

Si veut effectuer l'opération d'addition ou de la soustraction selon qu'on utilise B comme nombre positif ou négatif (complémenté à 2). On peut voir à la figure ci-dessous un circuit qui sert à la fois comme additionneur et soustracteur de deux nombres binaires à 4 bits.

$$A + B = A + B + 0$$

$$A - B = A + \overline{B} + 1$$



Additionneur-soustracteur de 2 nombres binaires à 4 bits