

✕ Exercice 1: ✓

Traduire les énoncés suivants en logique des prédicats :

1. Tous les hommes sont méchants.
2. Seulement les hommes sont méchants.
3. Il existe des hommes méchants.
4. Il existe un homme qui aime toutes les femmes.
5. Chaque chat connaît un chien qui le déteste.
6. Tous les poissons, sauf les requins, sont gentils avec les enfants.
7. Tous les oiseaux ne peuvent pas voler.
8. Chaque personne aime quelqu'un et personne n'aime tout le monde, ou bien quelqu'un aime tout le monde et quelqu'un n'aime personne.

Exercice 2 :

Soient les deux prédicats P et N d'arité 1, et les formules suivantes :

1. $\forall x(P(x) \wedge N(x))$
2. $\forall x(P(x) \rightarrow N(x))$
3. $\exists x(P(x) \wedge N(x))$
4. $\exists x(P(x) \rightarrow N(x))$

Proposer des domaines D tels que si on interprète dans D, P(x) par le "sens commun" de "x est un poisson" et N(x) par le "sens commun" de "x sait nager" on ait :

1. un modèle qui satisfait 1 et 2
2. un modèle qui satisfait 2 et pas 1
3. un modèle qui satisfait 3 et 4
4. un modèle qui satisfait 4 et pas 3

Exercice3 :

- 1 $\forall i(\text{pluie}(i) \wedge \neg \text{sortir}(i))$ close
- 2 $\exists i(\neg \text{pluie}(i) \wedge (\forall i(\text{different}(i, j) \Rightarrow \text{pluie}(j))))$ Pas close
- 3 $\forall x P(x, y) \wedge \forall y Q(y)$ Pas close

Exercice 4 :

Nous voulons construire un modèle partiel du fonctionnement d'une banque. Considérons les règles informelles suivantes :

1. Une banque gère pour ses clients deux types de comptes : les comptes courant et les comptes épargne.
2. Chaque compte appartient à un unique client.
3. Un client peut posséder plusieurs comptes courants mais un seul compte épargne.

Formaliser les règles précédentes en Calcul des Prédicats. Cela consiste donc de se donner des symboles de prédicats et d'énoncer les règles au moyen de ceux-ci.

L'utilisation du connecteur $\exists! x(P(x)) = \exists x (P(x) \wedge \forall y (P(y) \Rightarrow x=y))$ est autorisée.

Exercice5 :

Soit l'interprétation :

$C : \{a, b : \text{constantes}, f : \text{symbole fonctionnel}, P : \text{symbole de prdicats}\}$

$D : \{1, 2\}$

$I(a)=1, I(b)=2, f(1)=2, f(2)=1, P(2,1)=0, P(2,2)=0, P(1,2)=1, P(1,1)=1.$

O Etablir la valeur de vérité des formules suivantes :

1. $P(a, f(a)).$
2. $P(b, f(b)).$
3. $\forall x, \forall y P(y, x).$
4. $\forall x, \forall y P(y, x) \Rightarrow P(f(x), f(y)).$